

# Динамические обобщения формулы Дрейка: линейная и нелинейная теории

А. Д. Панов

НИИЯФ МГУ, г. Москва

Формула Дрейка относится к существенно равновесной ситуации в популяции коммуникативных цивилизаций (КЦ) Галактики, но не описывает динамические процессы, которые могут иметь в ней место. Предложенная в статье линейная динамическая теория обобщает формулу Дрейка, однако не учитывает влияние КЦ друг на друга. В рамках этой теории предсказано существование линейной демографической волны, связанной с максимумом скорости звездообразования, и демографического пика, возникающего в рамках гипотезы самосогласованного галактического происхождения жизни. Нелинейная теория, также развитая в статье, учитывает влияние КЦ друг на друга по каналам связи. В ее рамках предсказано важное явление бистабильности в популяции КЦ и рассмотрены возможные следствия этого эффекта.

**DYNAMICAL GENERALIZATION OF THE DRAKE'S FORMULA: LINEAR AND NO-LINEAR THEORIES, by A.D.Panov.** The Drake's formula describes essentially steady state in the population of communicative civilization (CC) in the Galaxy but does not describe dynamical processes that may exist. Dynamical linear theory proposed in present paper is a generalization of Drake's theory and the linear theory does not account influence of CC to each other. A linear demographic wave connected with a maximum of star formation rate and a demographic peak connected with the hypothesis of self-consistent Galaxy life origin are predicted within the linear dynamical theory. Non-linear theory accounts for the influence of CC to each other by connection channels and such a theory also is developed in this paper. Important phenomenon of bistability in the CC population is predicted within the non-linear theory and some consequences of this phenomenon is discussed.

## 1. Введение

Под *коммуникативными цивилизациями* (КЦ) будем понимать такие цивилизации нашей Галактики, от которых по каналам связи или любым другим способом (например путем наблюдения астроинженерной деятельности) может быть получена информация, интерпретируемая как осмысленная и разумная в нашем современном понимании. Предполагается также, что такие цивилизации в принципе могут принять и интерпретировать информацию, посылаемую с Земли. Считается, что *коммуникативная фаза* в развитии любой цивилизации имеет лишь конечную длительность. Эту величину часто называют временем жизни технической цивилизации и традиционно обозначают буквой  $L$  (Каплан, 1975, с. 12). Предполагается, что КЦ локализуются на планетах около звезд, и что в истории каждой планеты коммуникативная фаза может возникнуть только один раз.

Последнее предположение является очень сильным. Обычно считается, что задачей SETI является поиск именно таких коммуникативных цивилизаций.

Важнейшим вопросом для проблемы SETI является то, как далеко от нас находится ближайшая КЦ. Ответ на него зависит от числа КЦ, существующих в настоящее время в Галактике. На рис. 1 для справок показано, как зависит ожидаемое расстояние между Солнцем и ближайшей КЦ от количества КЦ в Галактике. Расчет произведен методом Монте-Карло с использованием реалистичной модели распределения звезд в Галактике (Аллен, 1977, с. 405) и с учетом реального положения Солнца (8.5 кпк от центра Галактики, вблизи плоскости симметрии галактического диска).

Наиболее известным способом ответа на вопрос о числе КЦ является использование формулы, предложенной Ф. Дрейком, которая в ин-

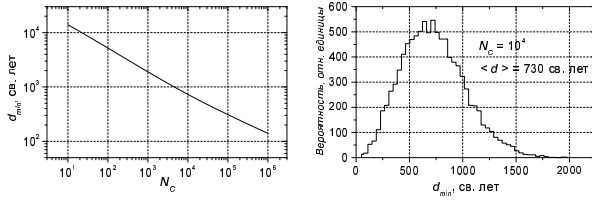


Рис. 1: Ожидаемое расстояние до ближайшей КЦ в зависимости от количества КЦ в Галактике и распределение расстояний до ближайшей КЦ для случая  $N_C = 10000$ . Профиль функции распределения для других значений  $N_C$  аналогичен, отличается лишь наиболее вероятное значение расстояния.

терпретации К. Сагана записывается так (Каплан, 1975, стр. 12):

$$N_C = R_* f_p n_e f_i f_l f_c L, \quad (1)$$

где  $R_*$  — скорость образования звезд в Галактике, усредненная по всему времени ее существования,  $f_p$  — доля звезд, обладающих планетными системами,  $n_e$  — среднее число планет, входящих в планетные системы и пригодных для жизни,  $f_l$  — доля планет, на которых действительно возникла жизнь,  $f_i$  — доля планет, на которых после возникновения жизни развились ее разумные формы,  $f_c$  — доля планет, на которых разумная жизнь достигла коммуникативной фазы,  $L$  — средняя продолжительность коммуникативной фазы.

Формула Дрейка решает проблему числа КЦ только в довольно грубом приближении. Прежде всего, в соответствии с ней  $N_C$  не зависит от времени. Между тем очевидно, что когда-то КЦ в Галактике не было совсем, затем был переходный период, когда их количество каким-то образом росло. Возможны вариации количества КЦ, связанные с непостоянством скорости звездообразования, особенностями процесса возникновения жизни и другими факторами. Фактически формула Дрейка описывает лишь существенно стационарную ситуацию, что может оказаться очень далеким от истины. Реальное количество КЦ может сильно зависеть от фазы динамических процессов в популяции КЦ, приходящейся на текущий период. Оценка числа КЦ зависит от понимания природы этих процессов.

Большие проблемы возникают с интерпретацией множителей в формуле Дрейка. Например, что такое доля планет, на которых возникла жизнь (фактор  $f_l$ )? Если имеется в виду вероятность возникновения жизни на планете с подходящими условиями, то это число само по себе мало что дает для анализа. В частности, если бы такая вероят-

ность была равна единице, но необходимое время для зарождения жизни составляло бы несколько десятков миллиардов лет, то никакой жизни в Галактике сейчас бы не было, так как возраст галактического диска составляет всего 10–12 млрд. лет. Ясно, что реальный смысл имеет только совместное использование вероятностей вместе с соответствующими временами развития, но формула Дрейка это не учитывает. Одним из первых, кто отметил, что в вопросе о числе цивилизаций нельзя пользоваться просто вероятностями, так как речь идет о процессах, разворачивающихся во времени, был Ф. А. Цицин (1965). Если же  $f_l$  есть не вероятность, а именно доля всех реально существующих планет, пригодных для жизни, на которых жизнь действительно возникла, то эта величина сложным образом связана с динамикой возникновения звезд и другими факторами и очень неудобна для оценок.

Необходима модификация формулы Дрейка, учитывающая времена развития, непостоянство скорости звездообразования, конечное время жизни звезд. Такое динамическое обобщение было получено Дж. Крейфелдтом (1971) и развито Л. М. Гиндилисом (1981). Основную формулу для числа КЦ в Галактике в теории Крейфелдта-Гиндилиса можно привести к виду

$$N_C(T) = \int_0^T d\tau \tilde{R}(T - \tau) \times \int_0^\infty d\omega [C(\tau) - C(\tau - \omega)] P_L(\omega), \quad (2)$$

где  $T$  — время, отсчитываемое от начала формирования Галактики;  $\tilde{R}(t)$  — скорость возникновения подходящих звезд в момент  $t$ ,  $0 < t < T$ ;  $C(\tau)$  — вероятность возникновения коммуникативной фазы ранее времени  $\tau$ , считая от возникновения звезды;  $P_L(\omega)$  — плотность распределения КЦ по временам жизни. В теории Крейфелдта и в теории Гиндилиса формулу можно записать в одном и том же виде, но интерпретации некоторых множителей в теории Гиндилиса более проработаны. Например, у него в функцию  $\tilde{R}(T - \tau)$  включен фактор конечности времени жизни звезд, а у Крейфелдта — нет, и др. Теория Крейфелдта-Гиндилиса является линейной, так как количество цивилизаций оказывается линейным откликом на скорость звездообразования и линейно зависит от других модельных функций.

Настоящая работа развивает этот подход. Здесь воспроизведена (и немного обобщена) линейная теория Крейфелдта-Гиндилиса, но ее основные формулы получены новым способом и в несколько иной форме. Раньше они следовали из общих теоретико-вероятностных соображений сра-

зу практически в готовом виде, у нас они получены как решение системы динамических уравнений. Хотя новый подход дает мало нового собственно для линейной теории, он допускает далеко идущие обобщения для описания нелинейных явлений и тем очень полезен. Создан пакет программ, позволяющий в рамках линейной теории получать численные решения для *любых* модельных функций, входящих в теорию, в то время как раньше исследовались только очень примитивные модели, в которых было легко до конца провести аналитические вычисления (Гиндилис, 1981). Некоторые результаты расчетов с реалистичными исходными данными (скорость звездообразования и др.) приводятся в статье. В рамках этой же модели исследованы возможные следствия гипотезы галактического самосогласованного происхождения жизни (Панов, 2007а). На основе новой формулировки линейной теории построено ее нелинейное обобщение, учитывающее возможное взаимовлияние КЦ. В рамках этой теории получены некоторые интересные численные решения уравнений.

## 2. Линейная теория

### 2.1. Модельные функции и определяемые величины

Так как цивилизации связаны со звездами, то очевидно, динамику популяции цивилизаций порождает динамика популяции звезд. Следовательно, начать надо с описания динамики последней. В ее качестве будем понимать популяцию звезд галактического диска, так как подавляющее большинство планет земного типа должно быть сосредоточено именно в нем. Звезды гало содержат очень мало тяжелых элементов и существование там планет земного типа маловероятно. Поскольку звезды диска имеют схожий химический состав (Сурдин, 2001, с. 150–152), их основные характеристики определяются массами. Поэтому скорость рождения звезд будем характеризовать функцией  $R(M, T)$ , показывающей, с какой частотой рождаются звезды массой  $M$  в момент времени  $T$ . Время  $T$  отсчитывается от начала образования галактического диска. Функция  $R(M, T)$  нормирована таким образом, что интеграл

$$\int R(M, T) dM = R_*(T) \quad (3)$$

есть полная скорость звездообразования. Продолжительность жизни звезд дается вероятностью выживания  $L_S(M, \tau)$ , представляющей собой вероятность того, что звезда массы  $M$  еще не сошла с Главной последовательности в момент времени  $\tau$ , отсчитываемый от момента ее рождения. Функ-

ции  $R(M, T)$  и  $L_S(M, \tau)$  однозначно задают динамику популяции звезд в рассматриваемом приближении.

Далее следует задать модельные функции, определяющие динамику популяции КЦ. В принципе, следует независимо охарактеризовать времена развития и вероятности реализации подходящих условий для каждого из переходов — возникновения жизни, возникновения цивилизации, перехода цивилизации в коммуникативную стадию. Можно пойти еще дальше и задать вероятности переходов и времена развития отдельно для каждой из фаз эволюции биосферы (Панов, 2007а). Однако в теорию соответствующие распределения не входят по отдельности. Проще охарактеризовать сразу весь процесс развития, завершающийся коммуникативной фазой цивилизации, начиная с момента образования звезды и не деля его на отдельные фазы. Это можно сделать с помощью единственной функции  $B(M, \tau)$ , дающей плотность вероятности возникновения КЦ спустя время  $\tau$  после возникновения произвольной звезды с массой  $M$ . Нормировка функции  $B(M, \tau)$

$$\int B(M, \tau) d\tau = \alpha(M) \quad (4)$$

дает вероятность реализации у звезды массой  $M$  условий, подходящих для возникновения КЦ. Это значит, что при очень большом времени жизни звезды КЦ возникнет хотя бы когда-нибудь с вероятностью  $\alpha(M)$ . Момент перехода к коммуникативной стадии определяется деталями поведения функции  $B(M, \tau)$  в зависимости от времени. Важно, что в вероятности  $\alpha(M)$  не учтен фактор конечного времени жизни звезды. Обрыв эволюции из-за гибели звезды автоматически учитывается введенной выше функцией выживания звезды  $L_S(M, \tau)$ . Пока предполагается, что функция  $B(M, \tau)$  не зависит явно от галактического времени, то есть условия эволюции на планетах не меняются. Это может оказаться неверным, и ниже будет рассмотрена противоположная ситуация. Вероятность реализации подходящих условий считается, вообще говоря, зависящей от типа звезды. Так, например, легкие звезды обладают значительно более узкой «зоной жизни», чем более тяжелые, что уменьшает величину  $\alpha$ . Многие звезды поздних спектральных классов проявляют вспышечную активность, также ведущую к уменьшению  $\alpha$ , и т. д.

Длительность коммуникативной фазы эволюции КЦ задается функцией  $L_C(M, \omega)$ , которая дает вероятность сохранения коммуникативной фазы спустя время  $\omega$  после ее возникновения. Это достаточно произвольная функция, монотонно падающая от единицы до нуля при  $\omega \rightarrow \infty$  при каж-

дом значения  $M$ . Время  $\omega$  будем называть просто возрастом цивилизации.

Состояние популяции звезд надо описывать таким образом, чтобы, зная его в некоторый момент времени, можно было его однозначно предсказать в будущем. Этим требованиям удовлетворяет описание популяции звезд функцией  $n_S(M, \tau, T)$ , задающей плотность распределения звезд по их массам  $M$  и возрастам  $\tau$  в зависимости от галактического времени  $T$ . Она нормируется таким образом, что интеграл по всем массам и всем возрастам дает полное количество звезд в момент  $T$ :

$$N_S(T) = \int_0^\infty dM \int_0^T d\tau n_S(M, \tau, T). \quad (5)$$

Аналогично, для того чтобы предсказать судьбу каждой цивилизации, нужно знать ее возраст, считая от начала коммуникативной фазы, возраст звезды в момент возникновения цивилизации и продолжительность жизни этой звезды. (Коммуникативная фаза может закончиться либо по внутренним причинам, либо в результате гибели звезды). Нетрудно понять, что популяция цивилизаций полностью описывается функцией  $n_C(M, \tau, \omega, T)$ , дающей количество коммуникативных цивилизаций около звезд с массой  $M$ , появившихся в возрасте  $\tau$  звезды и имеющих собственный возраст  $\omega$  в момент галактического времени  $T$ . Функция нормируется таким образом, что интеграл по всем массам звезд, по всем моментам рождения и по всем возрастам цивилизаций дает полное количество цивилизаций в момент  $T$ :

$$N_C(T) = \int_0^\infty dM \int_0^T d\tau \int_0^{T-\tau} d\omega n_C(M, \tau, \omega, T). \quad (6)$$

Распределения  $n_S(M, \tau, T)$  и  $n_C(M, \tau, \omega, T)$  полностью характеризуют задачу. Если распределение  $n_C(M, \tau, \omega, T)$  известно, то, используя соотношение (6), можно найти  $N_C(T)$  — количество КЦ в зависимости от времени. Можно, выписав соответствующие интегралы, найти и другие полезные величины: распределение цивилизаций по типам звезд, по возрастам, средний возраст и т. д. Задача состоит в том, чтобы написать систему кинетических уравнений, которым подчиняются распределения  $n_S(M, \tau, T)$  и  $n_C(M, \tau, \omega, T)$ , и решить ее.

## 2.2. Кинетические уравнения популяции звезд и популяции цивилизаций

Рассмотрим сначала две более простые задачи.

1. Пусть в начальный момент времени создано  $N_0$  некоторых объектов, вероятность выживания которых задана функцией  $P(T)$ . Тогда ожидаемое

количество этих объектов в зависимости от времени меняется по закону

$$N(T) = N_0 P(T). \quad (7)$$

Продифференцировав обе части равенства (7), нетрудно найти, что  $N(T)$  удовлетворяет уравнению

$$\frac{dN(T)}{dT} = \frac{d \ln P(T)}{dT} N(T) = -\Lambda(T) N(T). \quad (8)$$

Это соотношение является обобщением уравнения радиоактивного распада для случая неэкспоненциального закона выживания  $P(T)$ .

2. Пусть в начальный момент времени имелось распределение некоторых объектов по возрастам  $n(\tau, T)|_{T=0} = n_0(\tau)$ . Предположим, что с ними ничего не происходит, кроме старения. В результате распределение  $n(\tau, T)$  будет равномерно двигаться вправо:  $n(\tau, T) = n_0(\tau - T)$ . Нетрудно убедиться, что функция  $n(\tau, T)$  удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial n(\tau, T)}{\partial T} = -\frac{\partial n(\tau, T)}{\partial \tau}. \quad (9)$$

Рассмотрим теперь популяцию звезд. Здесь одновременно работают оба процесса, рассмотренные выше, причем для звезд с различными массами эволюция протекает по-разному. Отсюда, имея в виду (8) и (9), сразу легко записать уравнение для функции  $n_S(M, \tau, T)$ . Введя обозначение для логарифмической производной

$$-\Lambda_S(M, \tau) \equiv \frac{\partial \ln L_S(M, \tau)}{\partial \tau}, \quad (10)$$

приведем уравнение для  $n_S(M, \tau, T)$  к виду

$$\frac{\partial n_S}{\partial T} = -\frac{\partial n_S}{\partial \tau} - \Lambda_S(M, \tau) n_S. \quad (11)$$

Функция  $n_S(M, \tau, T)$  удовлетворяет начальному условию

$$n_S(M, \tau, 0) = 0, \quad (12)$$

соответствующему отсутствию звезд в начале истории Галактики, а также граничному условию

$$n_S(M, 0, T) = R(M, T), \quad (13)$$

задающему скорость рождения звезд. Уравнение (11) вместе с начальным (12) и граничным (13) условиями полностью задают динамику звездной популяции.

Уравнение для функции  $n_C(M, \tau, \omega, T)$  получается аналогично. Разница лишь в том, что коммуникативная фаза цивилизации завершается либо по естественным (внутренним) причинам, задаваемым вероятностью выживания  $L_C(M, \omega)$ , либо из-за гибели звезды. Соответствующее уравнение имеет вид

$$\frac{\partial n_C}{\partial T} = -\frac{\partial n_C}{\partial \omega} - [\Lambda_C(M, \omega) + \Lambda_S(M, \tau + \omega)] n_C. \quad (14)$$

Здесь введено очевидное обозначение  $\Lambda_C(M, \omega)$  для логарифмической производной функции  $L_C(M, \omega)$ . Функция  $n_C$  удовлетворяет начальному условию (в момент образования Галактики цивилизаций еще не было)

$$n_C(M, \tau, \omega, 0) = 0 \quad (15)$$

и граничному условию

$$n_C(M, \tau, 0, T) = n_S(M, \tau, T)B(M, \tau), \quad (16)$$

показывающему, что источником цивилизаций являются звезды и вероятность достижения коммуникативной фазы дается плотностью вероятности  $B(M, \tau)$ .

Уравнения (11), (14) вместе с начальными и граничными условиями (12), (13), (15), (16) полностью описывают эволюцию как популяции звезд, так и популяции цивилизаций. Оказывается, задача имеет полное замкнутое аналитическое решение. Прямой подстановкой можно проверить, что решения уравнений для распределения  $n_C(M, \tau, \omega, T)$  имеют вид:

$$n_C(M, \tau, \omega, T) = R(M, T - \tau - \omega) \times L_S(M, \tau + \omega)B(M, \tau)L_C(M, \omega). \quad (17)$$

Для полного количества КЦ получаем выражение:

$$N_C(T) = \int_0^\infty dM \int_0^T d\tau \int_0^{T-\tau} d\omega R(M, T - \tau - \omega) \times L_S(M, \tau + \omega)B(M, \tau)L_C(M, \omega). \quad (18)$$

Видно, что количество цивилизаций является линейным функционалом от функции  $R(M, T)$ , задающей скорость звездообразования, и других функций модели. Именно поэтому теорию следует называть линейной. Формула (18) дает *общее* решение задачи о числе КЦ в линейном приближении.

Полученное решение (18) позволяет исследовать огромное количество различных задач для разнообразных модельных функций. Это разнообразие имеет смысл сразу ограничить некоторыми разумными рамками. С этой целью при дальнейшем анализе будут использованы небольшие упрощения чисто технического характера.

Так как есть основания предполагать, что спектр масс рождающихся звезд слабо зависит от времени (Сурдин, 2001, стр. 189–190), будем считать, что функция  $R(M, T)$  может быть представлена в виде двух сомножителей:

$$R(M, T) = R_*(T)F(M), \quad (19)$$

где  $F(M)$  — нормированный на единицу начальный спектр масс звезд.

Будем считать, что все звезды одной массы имеют строго одно и то же время жизни на Глав-

ной последовательности. Тогда можно записать

$$L_S(M, \tau) = \Theta[\tau_*(M) - \tau], \quad (20)$$

где  $\Theta$  — функция единичного скачка, а  $\tau_*(M)$  — время жизни звезд с массой  $M$ .

Будем считать, что функция  $B(M, \tau)$  может быть факторизована:

$$B(M, \tau) = \alpha(M)b(\tau), \quad (21)$$

где  $\alpha(M)$  есть в чистом виде вероятность реализации подходящих условий для возникновения КЦ на звездах с массой  $M$ , а  $b(\tau)$  есть плотность вероятности, нормированная на единицу, описывающая распределение времен развития, не связанных явно с массой звезды. Будем также предполагать, что и вероятность выживания цивилизации в коммуникативной фазе не связана явно с массой звезды, т. е.

$$L_C(M, \omega) = L_C(\omega). \quad (22)$$

Действительно, не видно, в чем мог бы заключаться механизм такой зависимости.

Выражение (18) с использованием упрощенных выражений для модельных функций может быть переписано в виде, удобном для интегрирования:

$$N_C(T) = \int_0^\infty dM \alpha(M)F(M) \int_0^T d\tau b(\tau) \times \int_0^{\omega_{max}(M)} d\omega R_*(T - \tau - \omega)L_C(\omega), \quad (23)$$

где

$$\omega_{max}(M) = \min[T - \tau, \tau_*(M) - \tau].$$

Из выражения (23) можно получить формулы теории Крейфелдта-Гиндилиса (Крейфелдт, 1971; Гиндилис, 1981). Соответствующий вывод громоздок и вынесен в Приложение. Здесь покажем, как в предельном случае может быть получена формула Дрейка.

Предположим, что: 1) скорость образования звезд не зависит от времени; 2) все звезды имеют бесконечное время жизни; 3) время развития любой КЦ меньше возраста Галактики за вычетом максимальной длительности коммуникативной фазы. Тогда легко показать, что формула (23) приводится к виду:

$$N_C = R_* \int_0^\infty \alpha(M)F(M)dM \int_0^\infty L_C(\omega)d\omega. \quad (24)$$

Первый интеграл в формуле (24) есть вероятность реализации подходящих условий возникновения КЦ, усредненная по всем типам звезд  $\bar{\alpha}$ , второй интеграл есть средняя длительность коммуникативной фазы  $L$ . Тогда

$$N_C = R_* \bar{\alpha}L. \quad (25)$$

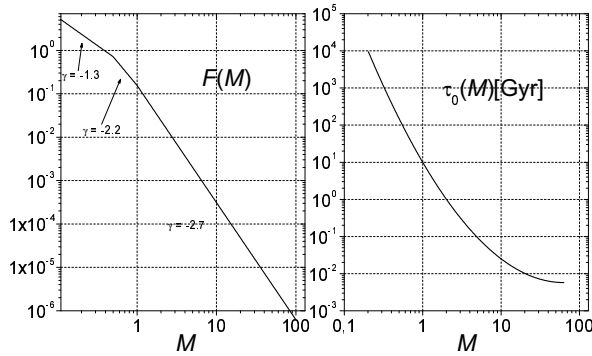


Рис. 2: Начальный спектр масс звезд (левый график) и время жизни звезд (правый график). Масса звезд в солнечных массах. Величина  $\gamma$  на графике  $F(M)$  показывает показатель степенной функции, отвечающий разным участкам спектра.

Это и есть формула Дрейка. Отличие от выражения (1) лишь в том, что здесь все вероятностные факторы Дрейка собраны в множитель  $\bar{\alpha}$ . В предположениях 1–3 факторы Дрейка приобретают ясный вероятностный смысл, но, по крайней мере, предположения 1 и 2 являются очень грубым приближением к истине.

### 2.3. Результаты вычислений в линейной теории

В расчетах использовался начальный спектр масс звезд по данным Майера и др. (1999) и зависимость времени жизни звезд на Главной последовательности от массы, аппроксимированная в работе Сурдина (2001, с. 58). На рис. 2 показаны соответствующие функции  $F(M)$  и  $\tau_*(M)$ .

Существуют разные способы экспериментального определения изменений со временем скорости звездообразования  $R_*(T)$  (Star Formation Rate, SFR). В одном из способов для возможно большего количества звезд ближайшего окружения Солнца (обычно используются звезды класса G) определяется их возраст, а его распределение дает SFR (Тварог, 1980; Мьюсингер, 1991). В относительной нормировке, согласно работе Роча-Пинто (1997), полученные функции показаны на рис. 3. Мы использовали в вычислениях усредненные и интерполированные данные из работ Тварога (1980) и Мьюсингера (1991) (показаны пунктиром на рис. 3). Другие способы определения SFR приводят к похожим результатам (Роча-Пинто, 1997; Ланзетта и др, 2001), свидетельствующим, что скорость звездообразования достигла мощного макси-

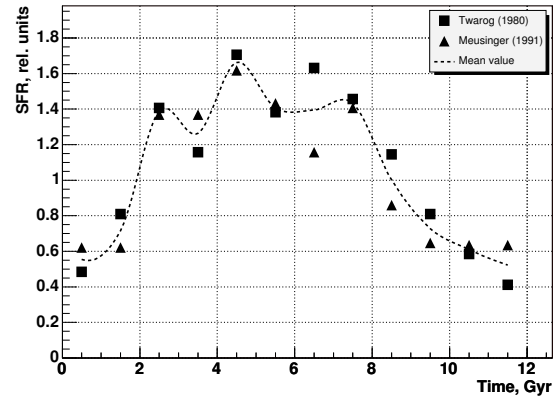


Рис. 3: Зависимость скорости звездообразования от времени.

муму 5–7 млрд. лет назад, при этом интенсивность звездообразования была в несколько раз выше современной.

Для практического использования литературных данных была подобрана такая нормировка SFR, чтобы современная масса звезд диска составила  $8.7 \cdot 10^{10} M_{\odot}$  с (Сучков, 1986). Это отвечает современной скорости звездообразования 11.3 в год, или примерно  $5.5 M_{\odot}$  в год. Эти величины согласуются с наиболее вероятными значениями современной SFR по литературным данным:  $(4 \pm 1) M_{\odot}$  в год (Сурдин, 2001, с. 142).

Значения SFR в работе Роча-Пинто (1997) проинтегрированы от  $T = 0$  до  $T = 12$  млрд. лет. Соответственно возраст галактического диска в расчетах принимается равным 12 млрд. лет. В будущем величина SFR принималась равной современному значению.

В качестве вероятности реализации подходящих условий  $\alpha(M)$  взята линейная функция, равная нулю при  $M = 0.5 M_{\odot}$  и 1 при  $M = 2 M_{\odot}$ , при  $M > 2 M_{\odot}$   $\alpha(M) = \text{const}$ . Такой выбор  $\alpha(M)$  мотивируется узостью зоны жизни и вспышечной активностью маломассивных звезд, что делает возникновение высокоорганизованной жизни маловероятным. Значение 1 для  $2 M_{\odot}$  выбрано в достаточной степени произвольно. Средняя вероятность реализации подходящих условий для звезд с массами от 0.5 до 2 масс Солнца при таком выборе  $\alpha(M)$  оказывается около 0.02.

В качестве функции плотности распределения времен развития КЦ  $b(\tau)$  выбрана функция, основанная на масштабировании и сдвиге функции

$$b_0(\tau) = \tau^2 \exp(-\tau). \quad (26)$$

Выбор конкретных параметров  $b(\tau)$  для расчета почти полностью произволен. Чтобы как-то сокра-

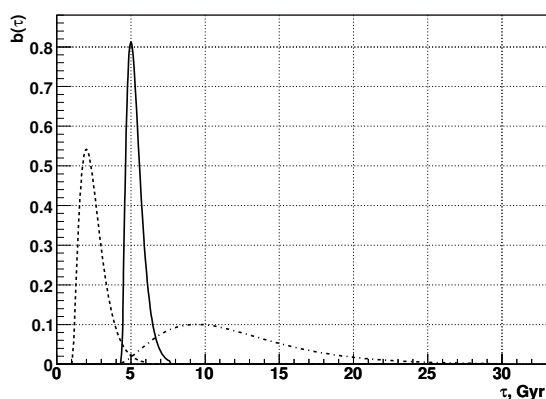


Рис. 4: Выбор вероятностей времен развития. Вариант, основанный на гипотезе универсальной шкалы времени эволюции (сплошная линия), и альтернативные варианты.

тить многообразие вариантов, мы исходили из гипотезы существования универсальной шкалы времени эволюции (Панов, 2007а), в соответствии с которой время развития КЦ на других планетах не должно сильно отличаться от 5 млрд. лет (5 млрд. лет — возраст Солнца). Кроме того, рассматриваются ситуации с короткой и длинной шкалой времени эволюции, однако не противоречащие времени эволюции на Земле. Некоторые функции  $b(\tau)$  показаны на рис. 4.

Распределение длительности коммуникативной фазы бралось в виде спадающей экспоненты:

$$L_C(\omega) = \exp(-\omega/\Omega), \quad (27)$$

причем всегда полагалось  $\Omega = 1000$  лет. Как будет пояснено ниже, выбор  $\Omega$  практически не ограничивает общность результатов.

На рис. 5 показаны результаты расчетов, выполненных в указанных выше предположениях, отвечающие различным распределениям времен развития КЦ. Все кривые имеют хорошо выраженный максимум, связанный с пиком SFR. Пик в числе цивилизаций является линейным откликом на него и может быть назван *линейной демографической волной*. Для основного варианта расчетов (сплошная линия) настоящее время (12 млрд. лет) попадает в область максимума линейной демографической волны.

Обращает на себя внимание разница в асимптотиках при больших временах  $T$  для различных распределений. В соответствии с формулой Дрейка, для установившейся SFR следовало бы ожидать одной и той же асимптотики независимо от времени развития. Этот эффект связан с конечным временем жизни звезд, который формулой

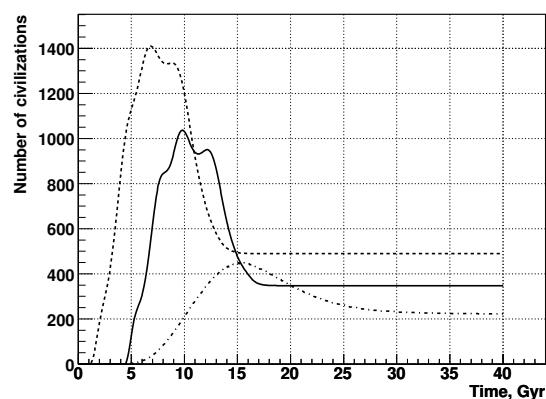


Рис. 5: Результаты расчетов в рамках простой линейной теории, отвечающие разным распределениям времен развития КЦ. Типы линий на этом графике соответствуют линиям, использованным на рис. 4 для различных функций  $b(\tau)$ .

Дрейка не учитывается. Для коротких времен развития КЦ могут появляться около любых звезд, включая короткоживущие массивные, в то время как при больших временах развития подходящими являются только звезды класса G и более поздние. С этим и связано уменьшение числа КЦ в асимптотике для больших времен развития. Этим же обстоятельством объясняется различная высота демографических волн.

Отметим, что, хотя зависимости на рис. 5 построены для очень ограниченного набора параметров, с их помощью можно получить оценки в рамках многих других сценариев. Так, амплитуда кривых будет пропорциональна среднему времени жизни КЦ (параметр  $\Omega$  в формуле (27)) и практически не зависит от формы функции  $L_C(\omega)$ , если только речь не идет о временах жизни КЦ, сравнимых с временем развития или возрастом Галактики. Амплитуда кривых будет также пропорциональна максимальному значению вероятности реализации подходящих условий. Кроме того, с использованием функций  $b(\tau)$  из рис. 4 зависимости  $N_C(T)$  на рис. 5 можно грубо интерполировать и для других времен развития. Ясно, что в задаче о числе цивилизаций очень высокая точность пока не требуется. Приведем простой пример использования рис. 5. Пусть среднее время жизни цивилизации составляет 100000 лет, но максимальное значение вероятности реализации подходящих условий не 1, как это предполагалось в расчете, а лишь 0.1. Тогда амплитуда кривых на рис. 5 увеличится в 100 раз за счет роста времени жизни и уменьшится в 10 раз за счет убыли вероятности. Если предполагать, что гипотеза универсальной шкалы

времени эволюции верна, то из графика получаем, что в настоящее время в Галактике должно быть около 10000 КЦ. С помощью рис. 1 находим, что вероятное расстояние до ближайшей цивилизации около 730 св. лет со стандартным отклонением около 300 св. лет.

#### 2.4. Гипотеза самосогласованного галактического происхождения жизни и динамика популяции КЦ

До сих пор предполагалась неизменность условий протекания эволюции, приводящих к возникновению КЦ, на протяжении всей истории галактического диска. В действительности вариации возможны по многим причинам (например из-за изменяющегося фона космических лучей). И заведомо условия меняются, если верна гипотеза самосогласованного галактического происхождения жизни (Панов, 2007а).

В этом случае до первого появления жизни при фазовом переходе в Галактике, эволюция, приводящая к возникновению КЦ, на планетах даже не могла начаться. После фазового перехода планеты с эволюционирующей жизнью делятся на две категории.

В первую входит огромное число планет, на которых жизнь возникла в процессе фазового перехода, непосредственно перед ним они находились в фазе предбиологической эволюции. На таких планетах почти синхронно (с точностью до характерного времени панспермии, около 300 млн. лет (Панов, 2007а)) начинается эволюция биосферы. Если верна также и гипотеза о существовании универсальной шкалы времени эволюции, на этих планетах с относительно небольшим разбросом по времени (порядка ширины распределения  $b(\tau)$ ) возникают КЦ. Спустя среднее время развития до коммуникативной фазы после фазового перехода это должно привести к мощной вспышке разума в Галактике. Получаем демографический пик, который будем называть *фазовым пиком*, в отличие от линейной демографической волны, связанной с максимумом SFR.

Во вторую категорию входят планеты, сформировавшиеся после фазового перехода, и на которых эволюция биосферы начинается почти сразу после их формирования. Здесь время развития до возникновения жизни практически равно нулю, начало биологической фазы — исключительно результат панспермии. Судя по всему, Земля принадлежит к планетам второй категории, так как предбиологическая эволюция на ней практически отсутствовала.

Найдем количество КЦ в Галактике с учетом фазового перехода. Обозначив количество цивили-

заций на планетах первой и второй категории соответственно как  $N_C^{(1)}(T)$  и  $N_C^{(2)}(T)$ , получим:

$$N_C(T) = N_C^{(1)}(T) + N_C^{(2)}(T). \quad (28)$$

Предполагая, что длительность фазового перехода Галактики много меньше ширины распределения времен развития  $b(\tau)$ , можно считать фазовый переход мгновенным. Обозначим момент фазового перехода как  $T_0$ . Тогда можно показать, что  $N_C^{(1)}(T)$  дается выражением:

$$N_C^{(1)}(T) = \int dM F(M) \alpha(M) \int_{T-T_0}^{T_{max}(M)} d\tau R_*(T-\tau) \times \int_0^{T-T_0} b(T-T_0-\omega) L_C(\omega) d\omega, \quad (29)$$

где

$$T_{max}(M) = \max\{\min[T, \tau_*(M)], T - T_0\}.$$

Формула (29) является обобщением формулы, полученной В. С. Троицким (1981), который исследовал динамику популяции КЦ в предположении однократного «мгновенного» возникновения жизни в Галактике. В формуле Троицкого не учитывалась переменность SFR, время жизни КЦ считалось строго фиксированным и имелись некоторые другие упрощения, но суть предложенной модели была той же.

Выражение для  $N_C^{(2)}(T)$  можно получить точно так же, как и основную формулу для числа КЦ в линейной теории (18), положив лишь, что галактический диск начал формироваться только в момент фазового перехода  $T_0$ . При этом остается справедливой формула (18), но в верхних пределах всех интегралов нужно заменить  $T$  на  $T - T_0$ .

На рис. 6 приведены результаты расчетов динамики числа КЦ при возникновении жизни в фазовом переходе Галактики в предположении  $T_0 = 6$  млрд. лет. Это число соответствует оценке снизу длительности предбиологической эволюции на изолированной планете (Панов, 2007а). Однако поскольку фактор ускорения предбиологической эволюции из-за предбиологической панспермии неизвестен и неизвестно также число фаз предбиологической эволюции, то величину 6 млрд. лет можно считать достаточно произвольной. Предполагается также, что справедлива гипотеза универсальной шкалы времени эволюции, т. е. распределение  $b(\tau)$  описывается средней кривой на рис. 4. Для сравнения на рис. 6 показан также расчет в простой линейной модели. То, что земная цивилизация в пределах разумных погрешностей оказалась где-то вблизи максимума фазового пика, можно



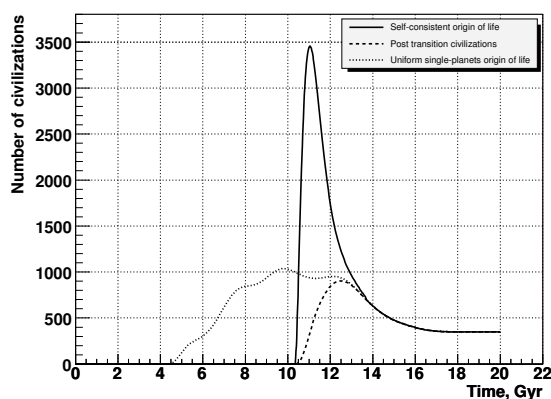


Рис. 6: Линейная динамика популяции КЦ при возникновении жизни в Галактике в процессе самосогласованного фазового перехода спустя 7 млрд. лет после начала формирования галактического диска и ее сравнение с простой линейной динамикой при постоянном формировании КЦ с временем развития 4 млрд. лет.

считать случайным обстоятельством, связанным с выбором  $T_0$ . Важна возможность наличия мощного демографического пика в произвольную эпоху. Как будет видно из раздела 3.4, его роль может быть критической в связи с нелинейными явлениями в развитии популяции КЦ.

Земля, как уже говорилось, в рамках рассматриваемых здесь моделей должна быть отнесена к планетам, сформировавшимся после фазового перехода Галактики к эре жизни. Как видно из рис. 6, большая часть КЦ, связанных с такими планетами, появляется после фазового пика. Однако, как видно из того же рисунка, существуют планеты этой категории, на которых КЦ возникают до фазового пика, хотя их число относительно невелико. Поэтому нельзя с уверенностью сказать, находится ли фазовый пик в прошлом, настоящем, или будущем.

В заключение этого раздела сделаем одно методическое замечание. Фазовый переход к эре жизни — явление существенно нелинейное, но здесь не описывалась его внутренняя динамика. В рамках развитого формализма переход был неким внешним фактором, описанным феноменологически, а при исследовании реакции популяции КЦ на этот внешний фактор мы не вышли за рамки линейной теории. Из формулы (29) видно, что  $N_C^{(1)}(T)$  зависит линейно от каждой из модельных функций. Поэтому по отношению к рис. 6 верны все замечания, сделанные к рис. 5 о его связи с другими сценариями эволюции КЦ.

### 3. Нелинейная теория

#### 3.1. Нелинейные процессы в популяции космических цивилизаций

В изложенной выше линейной теории распределения  $B(M, \tau)$  и  $L_C(\omega)$ , описывающие рождение и жизнь коммуникативных цивилизаций, предполагались не зависящими от галактического времени ни явно, ни косвенно — через количество имеющихся цивилизаций или каким-нибудь иным способом. Функция  $R(M, T)$ , описывающая скорость образования звезд, также считалась никак не зависящей от популяции КЦ. Это справедливо, пока цивилизации не влияют ни друг на друга, ни на условия возникновения других цивилизаций, ни на условия возникновения звезд. Теория, учитывающая такое влияние, перестает быть линейной.

Первая возможность связана с влиянием на функцию  $R(M, T)$  — «искусственное создание звезд», влияние на спектр масс образовавшихся звезд и т. д. Не будем останавливаться на ней подробно.

Вторая возможность — влияние на распределение  $B(M, \tau)$  — должна означать какой-то сорт направленной панспермии жизни либо разумной жизни. Нетрудно понять, что такое влияние может породить процесс с положительной обратной связью: чем больше цивилизаций, тем интенсивнее идет процесс панспермии, тем больше возникает новых цивилизаций, что еще усиливает процесс панспермии и т. д. Это может приводить к лавинообразным явлениям, напоминающим фазовый переход к эре жизни в масштабе Галактики (Панов, 2007а).

Очевидно, направленная панспермия требует некоторого межзвездного транспорта. По поводу возможности межзвездных перелетов ничего не известно, поэтому трудно сделать какие-то разумные предположения о количественных характеристиках направленной панспермии. Такие процессы трудно моделировать, и здесь не будет предприниматься такая попытка.

Третьей разновидностью нелинейных явлений — связанной с изменениями вероятности  $L_C(\omega)$  — может быть взаимное влияние цивилизаций друг на друга за счет контактов по каналам связи. Имеется в виду, что под влиянием контактов может меняться длительность коммуникативной фазы. Не ограничивая общности, можно считать, что КЦ делятся на три категории: КЦ, для которых контакт «вреден», так как сокращает длительность коммуникативной фазы, нейтральные КЦ, на продолжительность жизни которых контакт не оказывает влияния, и КЦ, для которых контакт «полезен», так как продлевает коммуникативную фазу. На-

зовем цивилизации последней категории *экстравертными* и будем использовать для них аббревиатуру ЭКЦ. По нашему мнению, которое обосновывается в следующей статье (Панов, 2007в), многие КЦ являются экстравертными.

Можно предполагать, что одним из важных свойств ЭКЦ является, в каком-то смысле, увеличение эффективности поиска партнеров и установления связи под влиянием уже установленных контактов. Действительно, на основе приобретенного опыта такие цивилизации получают информацию, как и где можно найти другие цивилизации, и, кроме того, положительные следствия установленного контакта могут стимулировать поиски новых контактов и передачу собственной информации. Это обстоятельство ниже будет существенным образом использовано.

Важно, что если ЭКЦ вообще существуют, то в их популяции могут происходить интересные нелинейные явления. Нетрудно понять, что здесь может начаться процесс с положительной обратной связью. Чем больше в Галактике ЭКЦ, тем выше становится вероятность контакта, контакт увеличивает продолжительность жизни ЭКЦ, что ведет к росту популяции ЭКЦ, что еще более увеличивает вероятность контакта и т. д. Петля положительной обратной связи может привести к лавинообразному фазовому переходу в масштабе Галактики, сопровождаемому мощной вспышкой числа ЭКЦ с последующей стабилизацией плотности популяции на очень высоком уровне. ЭКЦ становятся преобладающими в Галактике, даже если до перехода ситуация была иной. Некоторые детали этого явления и другие важные особенности динамики популяции ЭКЦ с учетом взаимного влияния по каналам связи описывает предлагаемый ниже формализм.

### 3.2. Общая нелинейная теория влияния по каналам связи

Для дальнейшего изменим интерпретацию распределений  $V(M, \tau)$  и  $L_C(M, \omega)$  (см. раздел 2.1). Пусть теперь они описывают не любые КЦ, а только ЭКЦ, и мы будем рассматривать процессы, происходящие в популяции ЭКЦ. До тех пор, пока не учитывается влияние ЭКЦ друг на друга, остается справедливым весь развитый выше линейный формализм. Покажем, как, исходя из него, можно построить нелинейную теорию влияния по каналам связи.

В линейной теории текущее состояние отдельной цивилизации описывалось только длительностью коммуникативной фазы  $\omega$ , что вместе с продолжительностью жизни звезды и моментом рождения цивилизации давало возможность стати-

стически предсказать судьбу каждой. В этом случае все КЦ Галактики представлялись функцией распределения  $n_C(M, \tau, \omega, T)$ . Для учета взаимного влияния цивилизаций по каналам связи их надо описать более детально. Будем считать, что наряду с возрастом каждая цивилизация характеризуется некоторым вектором параметров  $\mathbf{q}$ , который мы будем называть «потенциалом». Термин «потенциал» надо понимать весьма условно. Это некоторый набор характеристик ЭКЦ, от которого зависит, прежде всего, ожидаемая продолжительность коммуникативной фазы (но не только она, см. ниже). Предполагается, что контакт в некотором смысле увеличивает потенциал ЭКЦ, и благодаря этому продлевается коммуникативная фаза. Таким образом, следует считать, что вероятность выживания цивилизации зависит от ее потенциала, который должен быть одним из аргументов функции распределения цивилизаций

$$L_C(M, \omega) \rightarrow L_C(M, \mathbf{q}, \omega) \quad (30)$$

$$n_C(M, \tau, \omega, T) \rightarrow n_C(M, \tau, \mathbf{q}, \omega, T). \quad (31)$$

Уточним теперь представление об увеличении степени экстравертности цивилизации под действием уже установленных контактов. Предположим, что от состояния двух цивилизаций  $A$  и  $B$ , то есть от их возрастов и потенциалов  $(\mathbf{q}_A, \omega_A)$  и  $(\mathbf{q}_B, \omega_B)$ , зависит предельное расстояние, на котором они могут установить между собой хотя бы одностороннюю связь, и обозначим его как  $r(\mathbf{q}_A, \omega_A, \mathbf{q}_B, \omega_B)$ . Увеличение эффективности контактов будет означать просто рост предельного расстояния контакта с ростом потенциалов цивилизаций.

Теперь формализуем взаимодействие цивилизаций в виде изменения потенциала под влиянием контакта. Тогда с использованием функции  $L_C(M, \mathbf{q}, \omega)$  можно будет узнать, как меняется ожидаемое время ее жизни. В случае получения цивилизацией  $A$  информации от единственной цивилизации  $B$  такая модель может быть фиксирована соотношением

$$\frac{d\mathbf{q}_A}{dT} = \mathbf{K}(\mathbf{q}_A, \omega_A, \mathbf{q}_B, \omega_B), \quad (32)$$

которое показывает только, что скорость изменения потенциала цивилизации  $A$  зависит от потенциала и возраста обеих цивилизаций. Функция  $\mathbf{K}(\mathbf{q}_A, \omega_A, \mathbf{q}_B, \omega_B)$  описывает модель контакта. В общем случае должна быть задана последовательность аналогичных функций, описывающая взаимодействие с двумя, тремя и т. д. цивилизациями. Существенное предположение, выраженное формулой (32), заключается в том, что скорость изменения влияния контакта зависит только от текущих параметров цивилизаций, но не от преды-

стории.

Уравнение (14) для функции распределения цивилизаций сохраняет свою силу, в нем лишь появляется новый член, описывающий «ток» потенциала цивилизаций в  $\mathbf{q}$ -пространстве благодаря взаимодействию между ними. Кроме того, краевое условие теперь должно описывать, с какими весами ЭКЦ начинают коммуникативную фазу. Полное уравнение для функции распределения  $n_C(M, \tau, \mathbf{q}, \omega, T)$  записывается следующим образом:

$$\frac{\partial n_C}{\partial T} = -\frac{\partial n_C}{\partial \omega} - [\Lambda_C(M, \mathbf{q}, \omega) + \Lambda_S(M, \tau + \omega)]n_C - \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}}[\mathbf{j}(\mathbf{q}, \omega, T)n_C], \quad (33)$$

$$n_C(M, \tau, \mathbf{q}, 0, T) = n_S(M, \tau, t)B(M, \tau, \mathbf{q}) \quad (34)$$

$$n_C(M, \tau, \mathbf{q}, \omega, 0) = 0. \quad (35)$$

Нетрудно видеть, что уравнения (33), (34), (35) являются соответственно прямыми аналогами уравнений (14), (16), (15) линейной теории.

Конкретный вид выражения для тока  $\mathbf{j}(\mathbf{q}, \omega, T)$  определяется деталями модели контакта. В общем случае (с учетом множественных контактов) получить его — сложная задача. В простейшем варианте предположим, что эффект от одновременного взаимодействия с несколькими цивилизациями аддитивен, — скорость изменения потенциала  $\mathbf{q}_A$  определяется суммой членов, отвечающих каждой цивилизации  $B_i$ :

$$\frac{d\mathbf{q}_A}{dt} = \sum_i \mathbf{K}(\mathbf{q}_A, \omega_A, \mathbf{q}_{B_i}, \omega_{B_i}). \quad (36)$$

Можно показать, что в аддитивной модели контакта выражение для тока имеет следующий вид:

$$\mathbf{j}(\mathbf{q}, \omega, T) = \frac{4\pi}{V_G} \int d\omega' \int d\mathbf{q}' \mathbf{K}(\mathbf{q}, \omega, \mathbf{q}', \omega') \times \int_{T-\tau(\mathbf{q}, \omega, \mathbf{q}', \omega')/c}^T cdT' [c(T - T')]^2 \times \int dM \int d\tau n_C(M, \tau, \mathbf{q}', \omega', T'). \quad (37)$$

В формуле (37)  $V_G$  — объем галактики, а  $c$  — скорость света. Выражение (37) получено для очень большой и однородной галактики, где цивилизации распределены равномерно и краевыми эффектами можно пренебречь.

Введем важную для дальнейшего характеристику — среднее число партнеров по контакту в популяции ЭКЦ. Обозначим эту величину  $X$  и будем называть ее степенью насыщенности контактов. Состояние Галактики, когда  $X \ll 1$ , будем называть *эрой одиночества*, состояние  $X > 1$  — *эрой насыщения контактов*.

Предложенное выше аддитивное приближение во всяком случае хорошо будет описывать как начальную стадию развития нелинейных процессов — переход от эры одиночества к эре насыщения контактов, так и возможную стадию завершения эры насыщения контактов (если темп возникновения новых цивилизаций по какой-то причине катастрофически падает), так как в обоих случаях процесс протекает при малой вероятности контакта одновременно со многими цивилизациями ( $X \lesssim 1$ ).

### 3.3. Численное решение уравнений для простой нелинейной модели

Из-за наличия члена, отвечающего току потенциала, уравнение (33) оказывается очень сложным. Однако оно поддается численному решению для простых моделей контакта при некоторых дополнительных упрощающих предположениях. Одну из них мы рассмотрим в этом разделе.

Будем считать, что потенциал цивилизации представляется единственным скалярным параметром  $q$ , представляющим собой что-то вроде условного технологического потенциала. Предположим, что все остальные существенные характеристики цивилизации являются однозначными функциями  $q$ . В частности, энергетические и информационные ресурсы цивилизации пропорциональны  $q$ . Более того, предположим, что  $q$  — не мгновенное значение потенциала, а его среднее для всей коммуникативной фазы. Будем считать по определению, что потенциал есть безразмерная величина, для изолированных ЭКЦ в среднем точно равная единице. Контакт между цивилизациями приводит к увеличению потенциала (что отражается и на значении этого параметра при усреднении по всей коммуникативной фазе).

Будем пренебрегать конечностью времени жизни звезд, кроме того, опустим все зависимости модельных функций от массы звезды. Для простоты будем также считать, что вероятность выживания цивилизации является чистой экспонентой, следовательно, в уравнении (33) вместо функции  $\Lambda_C(M, \mathbf{q}, \omega)$  будет фигурировать более простая —  $\Lambda_C(q)$ , а слагаемое  $\Lambda_S(M, \tau + \omega)$  вообще будет отсутствовать.

Далее, *a)* поскольку  $q$  есть усредненная по времени жизни цивилизации характеристика; *b)* поскольку вероятность выживания цивилизации есть чистая экспонента, и, следовательно, плотность вероятности окончания коммуникативной фазы не зависит от времени; *c)* поскольку гибель звезды не может служить причиной гибели цивилизации, то возраст цивилизации  $\omega$  и момент ее рождения  $\tau$  вообще можно не рассматривать. Поэтому всю популяцию ЭКЦ можно описывать более

простой функцией  $n_C(q, T)$  вместо полной функции  $n_C(M, \tau, \mathbf{q}, \omega, T)$ .

Так как рассматривается очень большая и однородная галактика, то удобно от функции распределения  $n_C(q, T)$  для всей галактики перейти к функции распределения плотности цивилизаций в единичном объеме  $\rho(q, T)$ , нормированной таким образом, что

$$V_G \int \rho(q, T) dq = N_C(T). \quad (38)$$

Не нарушая общности, удобно несколько изменить постановку задачи. Так как возможное влияние КЦ на скорость рождения новых цивилизаций не рассматривается, то скорость генерации новых цивилизаций можно считать заданной функцией времени. Эту функцию легко получить из расчетов в рамках линейной теории. Скорость рождения цивилизаций, нормированную на единицу объема галактики, обозначим  $f(T)$ , а плотность распределения параметра  $q$  для изолированных цивилизаций обозначим  $\phi_0(q)$ . Оно нормировано на единицу, а среднее значение  $q$  равно единице, так как средний потенциал изолированной цивилизации есть единица по определению. С учетом всех перечисленных предположений уравнения (33) и (34) могут быть переписаны в виде единственного уравнения

$$\frac{\partial \rho(q, T)}{\partial T} = -\Lambda_C(q) \rho(q, T) + f(T) \phi_0(q) - \frac{\partial}{\partial q} [j(q, T) \rho(q, T)]. \quad (39)$$

Его физический смысл прост. Первое слагаемое в правой части описывает сток функции распределения за счет исчезновения цивилизаций; второе слагаемое описывает источник функции распределения за счет возникновения новых цивилизаций, распределенных по потенциалам согласно  $\phi_0$ ; третье слагаемое описывает перенос функции распределения в пространстве  $q$  за счет взаимодействия цивилизаций, причем  $j(q, T)$  есть соответствующий ток. Начальные условия для функции  $\rho(q, T)$  могут быть заданы в любой момент времени произвольно, и уравнение (39) может решаться как начальная задача Коши.

Чтобы получить выражение для тока  $j(q, T)$ , нужно уточнить модель контакта (32). Рассмотрим взаимодействие двух цивилизаций  $A$  и  $B$ , причем  $A$  — приемник информации,  $B$  — передатчик. Предположим, что увеличение потенциала приемника пропорционально количеству полученной информации, и следовательно, пропорционально потенциалу передатчика и длительности контакта. Далее, учтем тот опытный факт, что развитие идет, как правило, от достигнутого уровня,

то есть имеет мультипликативный, а не аддитивный характер. Тогда закон изменения потенциала цивилизации  $A$  под действием контакта с цивилизацией  $B$  можно записать в дифференциальной форме следующим образом:  $dq_A = K q_A q_B dT$ , где  $K$  — некоторый коэффициент пропорциональности. В процессе контакта «обучаемость» цивилизации  $A$  может изменяться, например — падать, и при достижении некоторого предельного потенциала вообще достигать насыщения. Обучаемость может зависеть и от  $q_B$ . Это обстоятельство можно учесть, введя в коэффициент  $K$  зависимость от  $q_A$  и  $q_B$ . Тогда модель контакта между двумя цивилизациями может быть записана как

$$\frac{dq_A}{dT} = K(q_A, q_B) q_A q_B, \quad (40)$$

что является частным случаем уравнения (32). Предполагая эффект от нескольких одновременных контактов аддитивным, непосредственно из (37) можно получить выражение для тока

$$j(q, T) = 4\pi c^3 q \int dq' q' K(q, q') \times \int_{T-r(q, q')/c}^T dT' (T - T')^2 \rho(q', T'), \quad (41)$$

где предельное расстояние контакта  $r(q, q')$  нужно понимать в усредненном смысле, подобно тому, как понимается и сам параметр  $q$  (поэтому  $r(q, q')$  не зависит от  $\omega, \omega'$ ).

Для проведения расчетов необходимо задать модельные функции  $K(q_A, q_B)$ ,  $\Lambda_C(q)$ ,  $r(q_A, q_B)$ . Прежде всего необходимо составить представление о том, каков может быть масштаб величины коэффициента  $K$  в модели контакта (40). Предположим, что когда ЭКЦ  $A$  находится под влиянием  $B$  в течение всей коммуникативной фазы,  $q_A$  увеличивается по порядку величины на  $q_B$ , по крайней мере, в случае  $q_A \sim 1$  и  $q_B \sim 1$  в исходном состоянии. Нетрудно понять, что это имеет место, когда  $K$  по порядку величины совпадает со средним обратным временем жизни изолированной цивилизации  $\Omega_0 = 1/L_0$ :  $K_0 \equiv K(1, 1) \sim \Omega_0$  ( $L_0$  — среднее время жизни изолированной цивилизации, принято  $L_0 = 1000$  лет). Именно такое значение  $K_0$  использовалось в расчетах. Для простоты считалось, что коэффициент  $K$  фактически зависит только от потенциала приемника  $K = K(q_A)$ , при этом таким образом, что  $K(1) = \Omega_0$ , но по мере роста потенциала цивилизации ее способность к «обучению» постепенно падает до нуля. Исползованная функция показана на рис. 7.

Было принято, что продолжительность коммуникативной фазы растет пропорционально квадрату потенциала цивилизации (но сам потенциал

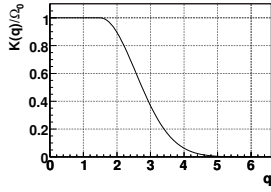


Рис. 7: Функция  $K(q)$ , использованная в расчетах.

может расти в очень ограниченных пределах, как это понятно из рис. 7). Поскольку  $\Lambda_C(1) = \Omega_0$ , то

$$\Lambda_C(q) = \Omega_0/q^2. \quad (42)$$

Предельное расстояние контакта было выбрано в виде

$$r(q_A, q_B) = r_0 \times (q_A q_B)^{1/5}, \quad (43)$$

где  $r_0 = 400$  св. лет есть предельное расстояние контакта между цивилизациями единичного потенциала. Выражение для  $r(q_A, q_B)$  получено в предположении, что прием и передача ведутся только с помощью остронаправленной антенны. Для того, чтобы зарегистрировать сигнал от цивилизации  $B$ , находящейся на расстоянии  $r$ , нужно изучить каждую подозрительную звезду вплоть до этого расстояния. Предположим, что необходимые энергозатраты на мониторинг одной звезды пропорциональны квадрату расстояния до нее. Тогда суммарные энергозатраты на просмотр всех звезд ближе  $r$  будут пропорциональны  $r^5$ . В предположении, что количество энергии, которое цивилизация  $A$  может затратить на поиски соседей, пропорционально  $q_A$ , получим, что предельное расстояние коммуникации будет зависеть от  $q_A$  как  $q_A^{1/5}$ . Аналогичные рассуждения показывают, что и от  $q_B$  расстояние зависит как  $q_B^{1/5}$ .

Распределение  $\phi_0(q)$  мы выбрали в виде

$$\phi_0(q) = \frac{1}{\sigma\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{(q_0 - q)^2}{2\sigma^2}\right), \quad q_0 = 1, \sigma = 0.212. \quad (44)$$

При расчетах удобно следить за изменением величины насыщенности контактов  $X$ . Можно показать, что в избранной модели  $X(T)$  дается выражением:

$$X(T) = \frac{\int dq \rho(q, T) \int dq' \rho(q', T) \frac{4\pi}{3} r^3(q, q')}{\int dq \rho(q, T)}. \quad (45)$$

### 3.4. Результаты расчетов в нелинейной модели

Начнем с результатов модельных расчетов, иллюстрирующих принципиально важный эффект

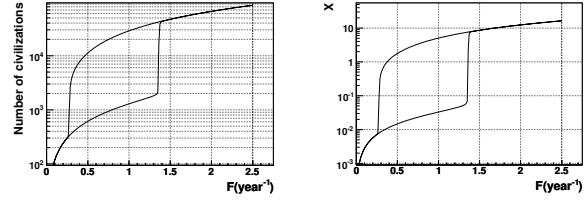


Рис. 8: Эффект бистабильности в популяции КЦ.

бистабильности в популяции КЦ. Его суть заключается в том, что при одной и той же скорости рождения новых цивилизаций в популяции имеется два различных стабильных состояния — с низким числом цивилизаций и низким значением насыщенности контактов  $X$  и с большим количеством цивилизаций и величиной  $X$  больше или порядка 1. Явление бистабильности иллюстрирует рис. 8.

Поясним способ расчета и смысл полученных результатов. Предполагалось, что в начальный момент времени в галактике цивилизации отсутствуют, после чего скорость их рождения  $F$  начинает медленно расти, так, чтобы в любой момент времени в популяции достигалось почти полное равновесие. На левом графике рис. 8 показана зависимость числа цивилизаций от  $F$  (в объеме нашей Галактики), на правом графике — зависимость степени насыщенности контактов  $X$  от  $F$ . По мере роста  $F$  растет и равновесное количество цивилизаций вместе с насыщенностью контактов, при этом точка на графиках сначала движется по нижней ветке петли гистерезиса слева направо и насыщенность контактов остается много меньше единицы. Имеет место эра молчания.

Однако из-за роста числа контактов ситуация становится все менее стабильной, и когда  $F$  достигает величины примерно 1.35 цивилизаций в год, а  $X \approx 0.05$ , равновесие нарушается. Из-за положительной обратной связи между числом контактов и временем жизни количество цивилизаций и вероятность их взаимодействия начинают увеличиваться лавинообразно. При этом число цивилизаций скачкообразно возрастает примерно на порядок, а насыщенность контактов — примерно на два порядка, достигая значения 10. Скачок насыщенности контактов превышает скачок числа цивилизаций, так как в соответствии с моделью под действием контакта растет не только время жизни, но и предельное расстояние коммуникации. Скачок завершается из-за исчерпания возможности «обучения» при больших значениях потенциала  $q$  (см. рис. 7). Длительность перехода составляет несколько десятков  $L_0$ .

При дальнейшем росте  $F$  количество КЦ и  $X$  продолжают расти, но уже плавно. Наступила эра

насыщения контактов.

Затем в расчете рост скорости рождения цивилизаций прекращается и начинается медленное, равновесное ее снижение. Сначала точка на графике движется в обратном направлении, повторяя траекторию при росте  $F$ . Однако при достижении критического значения  $F$ , при котором произошел прямой переход из эры молчания в эру насыщения контактов, обратный переход не происходит. Этому препятствует положительная обратная связь "количество контактов–время жизни". Вместо резкого скачка вниз продолжается медленное снижение  $N_C$  и  $X$ . Эра насыщения контактов продолжается. Можно сказать, что имеет место «закалка» состояния насыщенности контактов. Здесь каждому значению  $F$  отвечают два различных устойчивых состояния популяции цивилизаций: одно на нижней ветви петли гистерезиса, другое на верхней ветви. Это и есть бистабильность.

Только при приближении  $X$  к значению около 0.5 положительная обратная связь уже не может удержать фазу насыщения контактов от разрушения, — количество цивилизаций и  $X$  резко падают, и снова наступает эра молчания.

Существенно, что обратный переход происходит при значении  $F$  много меньшем, чем прямой. Замечательно также, что прямой переход начинается при значении  $X$  много меньшем единицы. В силу этого непосредственно накануне перехода подавляющему числу цивилизаций должно казаться, что они единственные обитатели Галактики. После перехода же каждая КЦ, готовая потратить адекватные усилия на решение проблемы SETI, получает нескольких партнеров по контакту.

Эффект бистабильности может быть крайне важным для судеб популяции КЦ нашей Галактики. Если переход в эру насыщения контактов когда-нибудь произойдет, то возникшее состояние Галактики будет очень стабильным, — только катастрофическое падение скорости возникновения новых цивилизаций может его разрушить. Тем не менее галактическое сообщество будет способно воспрепятствовать такому исходу, прибегнув к направленной панспермии.

Ясно, что с точки зрения возможности перехода Галактики в состояние насыщения контактов критически важно, какова достигнутая максимальная скорость возникновения новых цивилизаций. Здесь ситуация может оказаться радикально различной для сценариев постоянного рождения жизни и ее появления в фазовом переходе Галактики. В последнем случае имеет место сильный, хотя и не очень продолжительный, скачок скорости образования цивилизаций. Результаты расчетов, показывающих разные варианты динамики КЦ для нашей Галактики в присутствии нелиней-

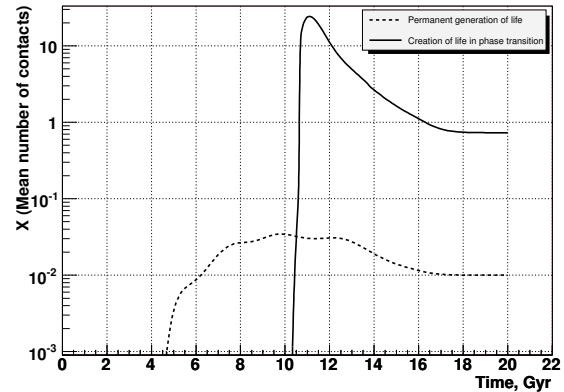


Рис. 9: Поведение степени насыщенности контактов в разных сценариях — при постоянном возникновении жизни и ее рождении при фазовом переходе в Галактике. Последнему случаю соответствует эпоха насыщения контактов, и после падения скорости возникновения цивилизаций насыщение контактов сохраняется за счет эффекта «закалки» популяции КЦ.

ных связей, показаны на рис. 9.

При вычислениях в нелинейной теории (решение уравнения (39)) в качестве начального приближения использовались результаты расчета скорости рождения цивилизаций (функция  $f(T)$  в уравнении (39)), полученные в рамках линейной теории. Скорость рождения цивилизаций может быть легко оценена непосредственно из рис. 6 с помощью формулы  $N_C(T) = F(T)L_0$ .

Из рис. 9 видно, что при непрерывном рождении жизни насыщение контактов не происходит (степень насыщенности контактов  $X$  остается много меньше единицы), так как пиковая скорость рождения цивилизаций оказывается недостаточно высокой. Напротив, скачок  $f(T)$  при рождении жизни в фазовом переходе оказывается достаточным, чтобы переход в эру насыщения контактов произошел. При этом пиковое значение степени насыщенности контактов достигает 24.3.

После скачка  $f(T)$  в сценарии с фазовым переходом скорость рождения цивилизаций быстро падает, но установившаяся ее величина остается в зоне бистабильности, поэтому состояние насыщения контактов не разрушается. Из рис. 9 видно, что асимптотика  $X$  близка к единице, то есть почти каждая КЦ имеет по одному партнеру для контакта. В этой же ситуации величина  $X$  в сценарии с непрерывным рождением жизни очень мала. Это есть явление «закалки» фазы насыщения контактов благодаря положительной обратной связи.

Здесь хотелось бы сделать одно, как нам пред-

ставляется, принципиально важное замечание по поводу астросоциологического парадокса — АСП (Гиндилис, 1997; Гиндилис, 2004, Гл. 6). Под АСП понимается противоречие между широко распространенными представлениями о множественности КЦ и отсутствием явных проявлений их деятельности. Между тем АСП может быть легко объяснен, если всего лишь предположить, что основным способом контактов между КЦ являются контакты по каналам связи с помощью любых остро-направленных излучателей и приемников (как это и предполагалось в рассматриваемой здесь нелинейной теории). Покажем, что *даже в условиях эры насыщения контактов* обнаружение КЦ может быть исключительно сложной задачей.

Предположим, что время демографического пика уже прошло, и в Галактике сохраняется фаза насыщения контактов за счет эффекта закалки, как это имеет место при больших временах в обсуждаемой здесь модели. Как показывают расчеты, соответствующие рис. 9, количество КЦ в Галактике в этом случае составляет около 5000. Из рис. 1 находим, что ожидаемое расстояние до ближайшей КЦ составляет около 1000 св. лет, но с заметной вероятностью может оказаться и 2000 св. лет. Для того чтобы с гарантией обнаружить КЦ, нужно достаточно продолжительное время проводить постоянный мониторинг на всех разумных частотах (радио, оптических, ...) всех подозрительных объектов внутри сферы радиусом 2000 св. лет, где содержится  $10^8$  звезд. Даже если считать, что лишь одна из 100 звезд является подозрительной, это означает непрерывный мониторинг  $10^6$  звезд, требующий колоссальных ресурсов. В настоящее время речь идет лишь об эпизодических наблюдениях в лучшем случае нескольких десятков звезд на немногих радиочастотах. Что же удивляться, что мы никого не видим? Вопрос, требующий ответа, состоит в том, почему можно предполагать, что для контактов используются почти исключительно остро-направленные излучатели и приемники. Этот вопрос обсуждается в работе Панова (2007в).

Не следует относиться к представленным результатам нелинейных расчетов слишком серьезно. Очевидно, что использованные модели крайне примитивны, да и выбор их параметров субъективен. Основное назначение этих расчетов — продемонстрировать, какого рода механизмы могут управлять динамикой популяции цивилизаций в Галактике.

В заключение обратим внимание на одно слабое место представленной здесь нелинейной теории. В рассмотренной модели совершенно не учитываются флуктуации пространственной плотности КЦ, которые могут иметь очень большое значение. Предположим, что скорость рождения ци-

вилизаций никогда не достигает критического значения, при котором происходит переход к эре насыщения контактов в нашей модели. Означает ли это действительно, что переход к насыщению никогда не произойдет? Нет, не означает. Благодаря флуктуациям плотности случайно может образоваться локальное скопление нескольких цивилизаций, которые окажутся в зоне досягаемости друг друга. Тогда фаза насыщения контактов может наступить сначала локально, в зоне скопления. Благодаря положительной обратной связи область, где наступило насыщение контактов, может оказаться не только стабильной, но из-за увеличения предельного расстояния контакта начнет вовлекать в сферу своего влияния более удаленные цивилизации, расти и со временем охватит всю Галактику. Большой интерес представляла бы количественная теория этого явления.

**Благодарности.** Автор выражает благодарность Л. М. Гиндилису за плодотворное обсуждение и поддержку работы.

## Приложение. Теория Крейфелдта-Гиндилиса как следствие общей линейной теории

Для того, чтобы не перегружать изложение техническими деталями, покажем только, как из линейной теории настоящей работы может быть получен простейший вариант теории Крейфелдта-Гиндилиса, а именно — первоначальный вариант самого Крейфелдта (1971).

Начнем с некоторого преобразования записи формулы Крейфелдта-Гиндилиса (2). Перепишем формулу сначала в виде:

$$N_C^{\text{Крейфелдт}}(T) = \int_0^T \tilde{R}_0(T - \tau)\pi(\tau)d\tau, \quad (46)$$

где  $\pi(\tau)$  есть вероятность того, что подходящая звезда в возрасте  $\tau$  находится в коммуникативной фазе (т. е. имеет около себя цивилизацию, находящуюся в коммуникативной фазе). Вероятность  $\pi(\tau)$  дается выражением

$$\pi(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} [C_{T_0}(\tau) - C_{T_0}(\tau - \omega)]P_{LC}(\omega)d\omega. \quad (47)$$

Будем предполагать, что наша модельная функция  $B(M, \tau)$  факторизована в виде (21). Тогда, очевидно,

$$C_{T_0}(\tau) = \int_0^\tau b(\tau)d\tau. \quad (48)$$

Предположим, что выполняется упрощающее предположение (22) для вероятности выживания

коммуникативной фазы. Тогда нетрудно понять, что

$$P_{LC}(\omega) = \frac{d}{d\omega}(1 - L_C(\omega)). \quad (49)$$

С учетом того, что  $P_{LC}(\omega) \equiv 0$  для  $\omega < 0$  и  $C_{T_0}(\tau - \omega) \equiv 0$  для  $\omega > \tau$ , выражение (47) может быть записано как

$$\pi(\tau) = C_{T_0}(\tau) - \int_0^\tau C_{T_0}(\tau - \omega)P_{LC}(\omega)d\omega. \quad (50)$$

Нетрудно показать, что

$$\begin{aligned} \int_0^\tau C_{T_0}(\tau - \omega)P_{LC}(\omega)d\omega &= \\ &= \int_0^\tau b(\omega)[1 - L_C(\tau - \omega)]d\omega. \end{aligned} \quad (51)$$

Действительно, обозначим интеграл в левой части равенства (52) через  $I_1$ , в правой части равенства — через  $I_2$ . Тогда, с учетом соотношений (48) и (49), легко получить

$$I_1 = \int_0^\tau d\omega \int_0^{\tau-\omega} d\xi b(\xi)P_{LC}(\omega), \quad (52)$$

$$I_2 = \int_0^\tau d\xi \int_0^{\tau-\xi} d\omega b(\xi)P_{LC}(\omega). \quad (53)$$

На основании выражений (52) и (53) легко убедиться, что  $I_1$  и  $I_2$  есть двойные интегралы от одной и той же функции  $b(\xi)P_{LC}(\omega)$ , взятые по одной и той же треугольной области, только лишь порядок прохода этой области в выражениях (52) и (53) различен. Так как величина интеграла не зависит от порядка интегрирования, то  $I_1 = I_2$ , что и требовалось доказать.

С использованием равенства (52) выражение (50) нетрудно преобразовать к виду

$$\pi(\tau) = \int_0^\tau d\omega b(\omega)L_C(\tau - \omega). \quad (54)$$

Подставляя (54) в (46), получаем новую запись формулы Крейфелдта-Гиндилиса:

$$N_C^{\text{Kreifeldt}} = \int_0^T d\tau \tilde{R}_0(T-\tau) \int_0^\tau d\omega b(\omega)L_C(\tau-\omega). \quad (55)$$

Простая теория Крейфелдта не учитывает конечное время жизни звезд. В нашу теорию конечное время жизни звезд входит в виде члена  $L_S(M, \tau + \omega)$  в подынтегральное выражение формулы (18). Для того, чтобы получить формулу Крейфелдта, следует положить

$$L_S(M, \tau + \omega) \equiv 1. \quad (56)$$

Будем считать подходящими звездами такие, которые имеют планету с подходящими условиями для возникновения КЦ в смысле, использованном в настоящей статье. Тогда, с учетом факторизации

(21) полная скорость рождения подходящих звезд в момент времени  $T - \tau - \omega$  может быть записана как

$$\tilde{R}_0(T - \tau - \omega) = \int_0^\infty R(M, T - \tau - \omega)\alpha(M) dM. \quad (57)$$

С учетом соотношений (56), (57) формула (18) принимает вид

$$N_C(T) = \int_0^T d\tau \int_0^{T-\tau} d\omega \tilde{R}_0(T-\tau-\omega)b(\tau)L_C(\omega). \quad (58)$$

Сравним выражения (55) и (58) для количества коммуникативных цивилизаций в момент  $T$ .

Делаем в интеграле (58) замену переменных

$$\begin{aligned} \tau &\rightarrow \tau + \omega \\ \omega &\rightarrow \tau. \end{aligned} \quad (59)$$

Очевидно, якобиан преобразования (59) равен единице, поэтому подынтегральное выражение в (58) приобретает вид

$$R_0(T - \tau)b(\omega)L_C(\tau - \omega). \quad (60)$$

Так как преобразование (59) линейное, то треугольная область интегрирования интеграла (58) переходит в некоторую другую треугольную область. Легко убедиться, что новая треугольная область интегрирования в точности совпадает с треугольной областью интегрирования интеграла (55). Таким образом, после замены переменных (59) и подынтегральные выражения, и области интегрирования интегралов (55) и (58) совпадают, поэтому и сами интегралы равны друг другу. Таким образом, формула Крейфелдта (2) получена как частный случай общей линейной формулы (18).

## Список литературы

- Аллен К. У., 1977, "Астрофизические величины", Москва, Мир
- Гиндилис Л. М., 1981, В кн.: "Проблемы поиска внеземных цивилизаций", Москва, Наука, 126
- Гиндилис Л. М., 1997, В кн.: "Астрономия и современная картина мира", Москва, ИФРАН, 203
- Гиндилис Л. М., 2004, "SETI: Поиск внеземного разума". Физматлит, Москва, 2004
- Каплан С. А., 1975, "Проблема СЕТИ (Связь с внеземными цивилизациями)", ред.: Каплан С. А., Москва, Мир
- Крейфелдт Дж. Г. (Kreifeldt J. G.), 1971, "Icarus", **14**, 419
- Ланзетта и др. (Lanzetta K. M., Yahata N., Pascarella S., Chen H.-W., Fernandez-Soto A.), 2001, [astro-ph/0111129](#)
- Майер и др. (Meyer M. R., Adams F. C., Hillenbrand L. A., Carpenter J. M., Larson R. B.), 1999, [astro-ph/9902198](#)



- Мьюсингер Х. (H. Meusinger), 1991, *Astrophys. Space Sci.*, **182**, 19
- Панов А. Д., 2007а, *Бюлл. Спец. астрофиз. обсерв.*, **60-61**, 46
- Панов А. Д., 2007в, *Бюлл. Спец. астрофиз. обсерв.*, **60-61**, 162
- Роча-Пинто и Масьель (Rocha-Pinto H. J., Maciel W. J.), 1997, *MNRAS*, **289**, 882
- Сурдин В. Г., 2001, "Рождение звезд", Москва, УРСС
- Сучков А. А., 1986, В кн.: "Физика космоса: маленькая энциклопедия. Издание второе.", Москва, Советская Энциклопедия, 63
- Тварог Б. А (Twarog B. A.), 1980, *ApJ*, **242**, 242
- Троицкий В. С., 1981, К вопросу о населенности Галактики. *Астрон.журн.*, **58**, 1121
- Цицин Ф. А. 1965, "Природа", № 11, 94