

УДК 524.354.4-77

## О НЕМОНОТОННОМ ХАРАКТЕРЕ ТОРМОЖЕНИЯ ОДИНОЧНЫХ РАДИОПУЛЬСАРОВ

© 2011 А. В. Бирюков<sup>1\*</sup>, Г. М. Бескин<sup>2\*\*</sup>, С. В. Карпов<sup>2\*\*\*</sup>

<sup>1</sup>Государственный Астрономический Институт им. П.К. Штернберга, Москва, Россия

<sup>2</sup>Специальная астрофизическая обсерватория, Нижний Архыз, 369167 Россия

Поступила в редакцию 19 июля 2011 г.; принята в печать 10 августа 2011 г.

Работа посвящена проблеме аномальности наблюдаемых показателей торможения  $n_{\text{obs}}$  и вторых производных частоты вращения  $\ddot{\nu}$  одиночных радиопульсаров. Наблюдения этих объектов в течение более 40 лет показывают, что помимо сложной и кратковременной нерегулярной компоненты в эволюции их частоты, вековые значения второй её производной оказываются на порядки больше предсказанных теоретических значений, а в половине случаев — даже отрицательными. Такое поведение вековых значений второй производной ранее было нами объяснено наличием циклической составляющей в вековой эволюции  $\nu(t)$ , с характерным рекуррентным временем в тысячи — десятки тысяч лет.

В настоящей работе мы продолжаем развивать эту гипотезу на основе более детального статистического анализа характеристик 297 одиночных радиопульсаров: мы анализируем модель замедления этих объектов, состоящую из двух компонент, монотонной и циклической, и определяем их параметры. Показано, что монотонная составляющая замедления описывается классическим магнитодипольным степенным законом с показателем торможения порядка 3, а большая величина амплитуды циклической составляющей обуславливает существенное изменение наблюдаемого темпа замедления ( $\dot{\nu}$ ) (по отношению к магнитодипольному), а также полностью определяет аномальные значения  $\ddot{\nu}$  и  $n_{\text{obs}}$ .

Важным следствием наличия циклической компоненты вариаций вращения пульсаров является отличие характеристических возрастов пульсаров в порядка 0.5–5 раз от их секулярных значений. Это позволяет объяснить наблюдаемые расхождения между характеристическими и реальными возрастными некоторыми объектами, а также очень большие значения, вплоть до  $10^8$  лет, характеристических возрастов некоторых старых пульсаров.

В работе приводятся аргументы в пользу того, что циклическая компонента наблюдаемого замедления связана с долговременной прецессией нейтронной звезды вокруг её магнитной оси, которая, в частности, может быть обусловлена действием “аномального” тормозящего момента. В модели чисто магнитодипольного замедления такой момент является следствием излучения в ближней зоне.

Ключевые слова: пульсары, нейтронные звезды и черные дыры

### 1. ВВЕДЕНИЕ

Радиопульсары, источники переменного (пульсирующего) радиоизлучения, являются нейтронными звёздами (НЗ), образующимися в результате коллапса ядра массивной звезды. Их периоды  $P \sim 1$  с, хоть и медленно ( $\dot{P} \sim 10^{-14}$  с/с), но увеличиваются со временем. Если моментам прихода отдельных импульсов  $t_k$  сопоставить фазу  $\varphi_k$  ( $k = 1, 2, \dots$ ), то из наблюдений могут быть найдены параметры зависимости  $\varphi(t)$ , представленной в общем виде (бесконечным) рядом Тейлора:

$$\varphi(t) = \varphi_0 + \nu(t - t_0)$$

$$+ \frac{1}{2}\dot{\nu}(t - t_0)^2 + \frac{1}{6}\ddot{\nu}(t - t_0)^3 + \dots, \quad (1)$$

где  $\nu$  — частота вращения и  $\varphi_0$  — фаза в момент  $t_0$ . Для пульсаров основной вклад в этот ряд вносят только несколько первых членов. Принято считать, что переменность пульсаров носит геометрический характер — за счёт вращения нейтронной звезды (НЗ) и анизотропности её излучения наблюдатель периодически попадает в раствор диаграммы направленности.

Наиболее распространённые модели замедления таких объектов предсказывают эволюцию их вращения в соответствии со степенным законом вида (см., например, [1, 2]):

$$\dot{\nu} = -K\nu^n, \quad (2)$$

где  $n$  — показатель замедления, а коэффициент  $K$  зависит от таких характеристик НЗ как магнитный

\* E-mail: eman@sai.msu.ru

\*\* E-mail: beskin@sao.ru

\*\*\* E-mail: karpov@sao.ru

момент и момент инерции. Величина  $n$  в классической вакуумной магнитодипольной модели равна 3; наличие пульсарного ветра способно уменьшить это значение до  $n = 1$ , в то время как мультипольность магнитного поля, наоборот, — увеличить до  $n \geq 5$  [1]. При этом легко показать, что при  $K = \text{const}$  величина  $n$  выражается через простую комбинацию мгновенных значений частоты  $\nu$  и её первых двух производных:

$$n_{\text{obs}} = \frac{\nu \ddot{\nu}}{\dot{\nu}^2}. \quad (3)$$

Таким образом, определение коэффициентов ряда (1) из наблюдений пульсаров является важным методом исследования механизма их замедления. Однако четыре десятилетия тщательных наблюдений более чем четырёхсот пульсаров показали, что значения измеренных производных  $\nu$  второго и более высоких порядков существенно отличаются от значений, ожидаемых для степенного закона замедления (2) с физически осмысленными параметрами [3–7].

Кроме того, остаточные отклонения фазы переменности  $\varphi(t)$  после вычитания квадратичного полинома (т.е. определения только  $\nu$  и  $\dot{\nu}$ ) зачастую показывают существенно иррегулярное поведение внутри интервала наблюдений.

Во-первых, это спорадические быстрые изменения частоты вращения и темпа замедления (“глитчи”) с последующей релаксацией к предшествующему состоянию за несколько недель или месяцев. Во-вторых, стохастические вариации  $\varphi(t)$  на временах в несколько месяцев и лет, спектральная плотность мощности которых растёт с уменьшением частоты. Последние получили название “красного шума” или “шума тайминга” пульсаров.

Оба типа иррегулярностей влияют на измеряемые частоту и её производные. Если интервал наблюдений мал, то эти величины начинают зависеть от положения его начала и длины. Однако если измерения проводятся порядка десятилетия и более, параметры тайминга пульсара становятся более стабильными, а влияние упомянутых нерегулярных процессов подавляется [4, 6].

На сегодняшний день известно более 200 пульсаров, параметры вращения которых изучены на интервалах в 15 и более лет. У них уверенно выделяется кубический член в разложении (1) и измеряется вторая производная частоты вращения. Однако её значения оказываются отличными от ожидаемых при разумных физических соображениях и приводят к большим показателям торможения  $n_{\text{obs}}$  вплоть до порядка  $10^8$ . Более того, для почти половины объектов они оказываются отрицательными. Таким образом, возникает необходимость объяснения аномальных значений  $n_{\text{obs}}$  и, соответственно,  $\ddot{\nu}$ .

Был предложен ряд механизмов, частично объясняющих свойства глитчей и красного шума, хотя

на сегодняшний день не существует общепринятой самосогласованной модели последнего [8–17]. Происхождение же аномальных  $n_{\text{obs}}$  практически не изучено. Их происхождение связывалось с наличием массивного партнёра у нейтронных звёзд [18], хотя известно, что большинство пульсаров являются одиночными. Как возможная причина аномальных значений  $n_{\text{obs}}$  были рассмотрены проявления незарегистрированных в наблюдениях глитчей [19], которые, однако, могут обусловить лишь  $|n_{\text{obs}}| < 100$ , а наблюдения гораздо чаще дают существенно более высокие индексы торможения.

В [20] была предложена гипотеза о влиянии на  $\ddot{\nu}$  периодических вариаций момента силы, тормозящего вращение НЗ на временах в сотни — тысячи лет, обусловленных ее движением сквозь ячейки турбулентности в межзвездной среде. На наш взгляд, именно цикличность изменений характеристик вращения пульсаров может приводить к аномальности величин показателя торможения (см. ниже), однако это не может быть связано с параметрами межзвездной среды [21].

В работах [22] и [23] мы, используя результаты статистического анализа параметров вращения одиночных радиопульсаров, показали, что именно циклический характер вариаций частоты вращения одиночных пульсаров приводит к появлению очень больших (и отрицательных) вторых производных частоты. Была также предложена гипотеза о существовании некоего циклического процесса, периодически влияющего на наблюдаемые  $\nu$  на шкале в несколько тысяч лет. На основании этих результатов в [24] было показано, что такие вариации могут вызываться действием т.н. “аномального” тормозящего момента НЗ. Отметим работу [25], где была рассмотрена весьма сложная динамика движения трёхосной нейтронной звезды под действием этого момента, содержащая вариации угла между осью вращения и магнитным моментом, что также может модулировать темп потерь вращательной энергии.

В настоящей работе развивается идея о подобном долговременном циклическом процессе и проводится более глубокий статистический анализ характеристик 297 пульсаров с опубликованными измерениями второй производной частоты вращения. С использованием его результатов построена двухкомпонентная модель замедления пульсаров, описывающая как монотонное, так и долговременное циклическое изменение  $\varphi(t)$ . Мы также обсуждаем некоторые дополнительные проявления такого процесса в наблюдениях, которые могут помочь подтвердить его существование.

## 2. СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПАРАМЕТРОВ ВРАЩЕНИЯ РАДИОПУЛЬСАРОВ

### 2.1. Выборка

Выборка пульсаров для данной работы составлена из объектов каталога ATNF<sup>1</sup> [26] с известными  $\ddot{\nu}$ . Мы отобрали “обычные” радиопульсары с периодами  $P > 20$  мс, производными периодов  $|\dot{P}| > 10^{-17}$  с/с и с относительной точностью измерения  $\ddot{\nu}$  не хуже 75%. Мы исключили из рассмотрения раскрученные, аномальные и входящие в двойные системы пульсары. Затем из двух других работ [3, 16] были добавлены ещё 19 объектов. Всего в финальном списке оказалось 297 пульсаров, для 247 из которых измерения  $\nu$ ,  $\dot{\nu}$  и  $\ddot{\nu}$  были получены в [5]. С молодыми остатками вспышек сверхновых звёзд оказались генетически связаны 18 пульсаров выборки.

### 2.2. Циклический характер эволюции замедления пульсаров

Основу настоящей работы составляет анализ зависимостей между величинами, полученными из тайминга пульсаров:  $\nu$ ,  $\dot{\nu}$ ,  $\ddot{\nu}$ , наблюдаемым показателем торможения  $n_{\text{obs}} = \ddot{\nu}\nu/\dot{\nu}^2$  и характеристическим возрастом  $\tau_{ch} = -\nu/(2\dot{\nu})$ . Из-за того, что у пульсаров наблюдаются как положительные, так и отрицательные  $\ddot{\nu}$ , зависимость  $\ddot{\nu} - \dot{\nu}$  и подобные ей распадаются на две ветви в логарифмическом масштабе (Рис. 1).

Логарифмы  $|\dot{\nu}|$  показывают существенную линейную корреляцию с логарифмами  $|\dot{\nu}|$  для обеих ветвей диаграммы  $\ddot{\nu} - \dot{\nu}$ : как положительной (172 объекта, коэффициент корреляции  $r = 0.90$ ), так и отрицательной (125 объектов,  $r = 0.82$ ). Похожие корреляции наблюдаются и для ветвей диаграммы  $n_{\text{obs}} - \tau_{ch}$  (Рис. 2), которая во многом аналогична зависимости  $\ddot{\nu} - \dot{\nu}$  ( $r = 0.78$  и  $r = 0.76$  соответственно).

Молодые пульсары, которые уверенно ассоциируются с остатками вспышек сверхновых, изображены на диаграммах незакрашенными символами и систематически смещены на них влево, т.е. к меньшим значениям  $\dot{\nu}$  и  $\tau_{ch}$ , в то время как в правых частях рисунков подобные объекты полностью отсутствуют. Это означает, что более молодые пульсары располагаются слева на этих рисунках и далее эволюционируют в направлении уменьшения  $|\dot{\nu}|$  и увеличения  $\tau_{ch}$ , то есть слева направо, что следует и из сильной корреляции между  $\dot{\nu}$  и  $\tau_{ch}$  пульсаров выборки (см. Рис. 3), поэтому величина первой производной частоты вращения может быть использована в качестве характеристики возраста

пульсара, так как более старые пульсары имеют систематически меньшие  $|\dot{\nu}|$ .

В областях отрицательных величин  $\ddot{\nu}$  и  $n_{\text{obs}}$  значение первой производной частоты вращения может только увеличиваться: формально  $\ddot{\nu}$  является производной  $\dot{\nu}$ , но обе эти величины получаются из наблюдений независимо. Систематическое увеличение  $\dot{\nu}$  на отрицательной ветви действительно наблюдается, как это следует из работы [27], в которой анализировалось изменение  $\dot{\nu}$  на временах 6–20 лет для двух десятков объектов. Однако это не согласуется с общим движением пульсаров вправо, установленным выше, и, чтобы снять это противоречие, мы предполагаем *циклическое* движение пульсаров на обеих диаграммах: в ходе эволюции каждый пульсар последовательно меняет знак второй производной, двигаясь квази-спирально в координатах  $\ddot{\nu} - \dot{\nu}$ , проводя приблизительно одинаковое количество времени с положительными и отрицательными  $\ddot{\nu}$  и медленно смещаясь в сторону малых  $|\dot{\nu}|$ . Качественно такое поведение проиллюстрировано на Рис. 5.

Характерная временная шкала такого циклического процесса должна быть, с одной стороны, существенно меньше типичного времени жизни пульсара, чтобы он смог совершить по крайней мере несколько циклов, а с другой — ощутимо больше типичного интервала наблюдений, чтобы повлиять на измеряемые параметры тайминга.

В результате, долговременную эволюцию наблюдаемого темпа замедления пульсаров удобно описывать в виде суммы двух компонент:

$$\dot{\nu}(t) = \dot{\nu}_{\text{ev}}(t) + \delta\dot{\nu}(t) = \dot{\nu}_{\text{ev}}(t) [1 + \varepsilon(t)], \quad (4)$$

где  $\dot{\nu}_{\text{ev}}(t)$  характеризует вековое монотонное уменьшение  $\nu$ , а  $\delta\dot{\nu}(t)$  отражает обсуждаемые медленные (по сравнению с интервалом наблюдений) циклические изменения. При этом

$$\dot{\nu}_{\text{ev}}(t) < 0, \quad (5)$$

а относительное смещение  $\varepsilon(t) \equiv \delta\dot{\nu}(t)/\dot{\nu}_{\text{ev}}(t)$ , по видимому, не превосходит  $-1$ , коль скоро в нашей выборке отсутствуют пульсары с положительными  $\dot{\nu}$ :

$$\varepsilon(t) > -1. \quad (6)$$

Для второй производной частоты вращения можно записать:

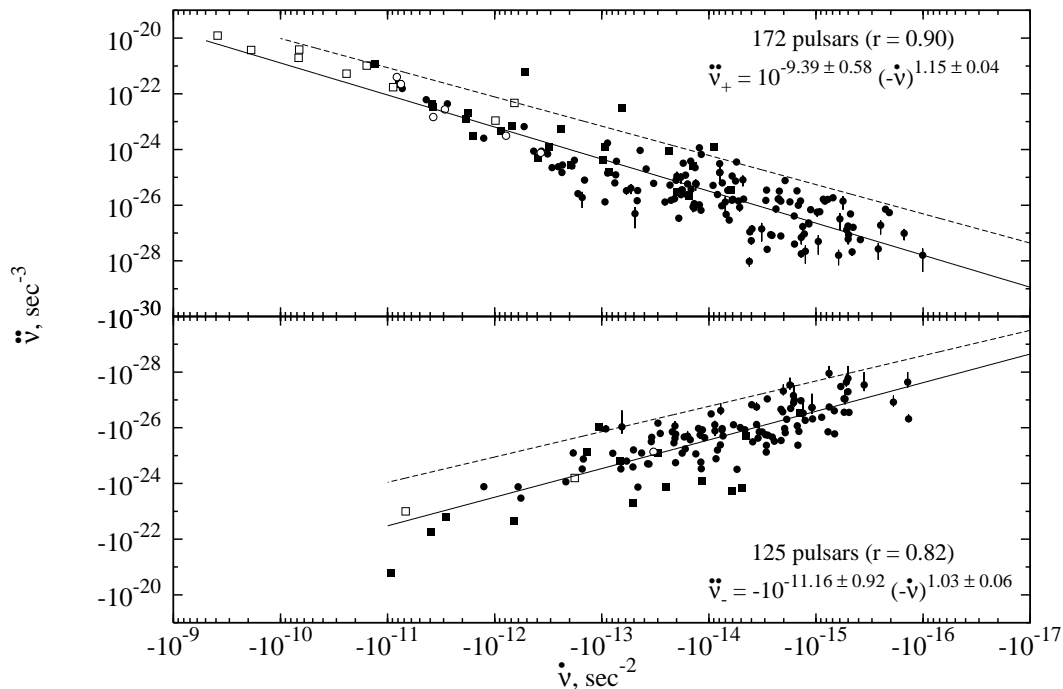
$$\ddot{\nu}(t) = \ddot{\nu}_{\text{ev}}(t) + \delta\ddot{\nu}(t) = \ddot{\nu}_{\text{ev}}(t) [1 + \eta(t)]. \quad (7)$$

Здесь монотонная компонента  $\ddot{\nu}_{\text{ev}}$  имеет знак, соответствующий вековому увеличению  $\dot{\nu}$  и  $\tau_{ch}$ :

$$\ddot{\nu}_{\text{ev}}(t) > 0, \quad (8)$$

в то время как относительное смещение  $\eta(t) \equiv \delta\ddot{\nu}(t)/\ddot{\nu}_{\text{ev}}(t)$  может быть как положительным, так и отрицательным. Более того,  $|\eta(t)|$

<sup>1</sup><http://www.atnf.csiro.au/research/pulsar/psrcat/>, версия от 6 октября 2007 г.



**Рис. 1.** Диаграмма  $\ddot{\nu} - \dot{\nu}$  для 297 пульсаров. Круги отражают результаты тайминга из работы [5], квадраты — результаты других авторов. Незакрашенные символы соответствуют молодым пульсарам, уверенно ассоциирующимся с остатками вспышек сверхновых. Ошибки измерений показаны вертикальными и горизонтальными штрихами и для большинства объектов находятся внутри символов. Непрерывные линии на диаграмме — аналитические аппроксимации ветвей степенным законом. Данная диаграмма носит эволюционный характер: в её координатах пульсары в течение своей жизни систематически перемещаются слева направо. При этом две её ветви формируются вследствие циклических вариаций параметров тайминга на временах, которые существенно меньше времени жизни пульсара и больше типичного интервала наблюдений [23]. Штриховыми линиями нанесены аналитические последние аппроксимации верхних границ положительной и отрицательной ветвей, полученные методом, описанным в [32]. Последние могут рассматриваться как верхний и нижний пределы на амплитуду вариаций  $\ddot{\nu}$ .

принимает очень большие значения для большинства пульсаров, что в конечном итоге и приводит к аномальности наблюдаемых  $\ddot{\nu}$ . То есть, как правило,

$$|\eta(t)| \gg 1. \quad (9)$$

Дополнительно отметим, что величины  $\varepsilon$  и  $\eta$  связаны соотношением:

$$\eta(t) = \varepsilon(t) + \dot{\varepsilon}(t) \frac{\dot{\nu}_{ev}(t)}{\ddot{\nu}_{ev}(t)}. \quad (10)$$

Таким образом, идея о существовании циклического переменного процесса, которому обязаны своим происхождением аномальные значения  $\ddot{\nu}$ , является следствием имеющегося набора наблюдательных данных. Основные свойства этого процесса и его численные характеристики могут быть получены из приводимого ниже более детального анализа обсуждаемых зависимостей.

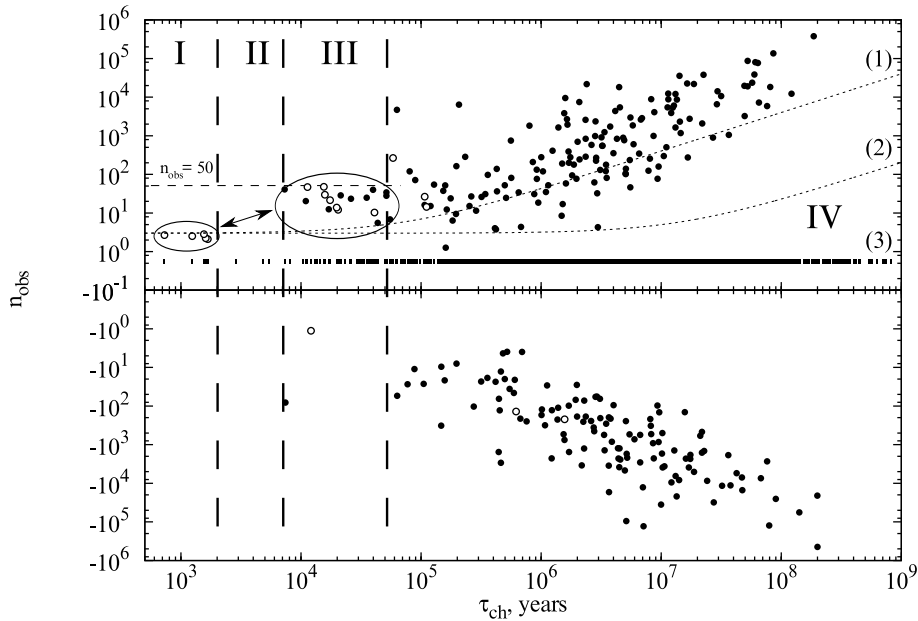
### 2.3. Асимметрия в наблюдаемых $\ddot{\nu}$

Важным фактом является неравное количество пульсаров, наблюдаемых с положительными и от-

рицательными вторыми производными. Действительно, количество первых и вторых в выборке существенно отличается:  $N^+ = 172$  и  $N^- = 125$  соответственно. Если вероятности обнаружить объект с  $\ddot{\nu} > 0$  и  $\ddot{\nu} < 0$  равны, то нулевая гипотеза о случайности наблюдаемой асимметрии отвергается на 0.64% уровне значимости при помощи биномиального теста с  $p = 1/2$  и  $N = 297$ .

Мы исследовали поведение вычисленного таким образом уровня значимости для разных подвыборок пульсаров и обнаружили, что асимметрия по знаку проявляется только тогда, когда в рассмотрение включаются самые молодые пульсары с  $\tau_{ch}$  до  $\sim 10^5$  лет. Если же рассматривать значения  $\ddot{\nu}$  только для старых объектов, то они не показывают значимой асимметрии по своему знаку.

В то же время значения  $\ddot{\nu}$  для более старых пульсаров в большей степени определяются именно циклическим процессом. Для них  $|\eta| \gg 1$  и  $\ddot{\nu} \approx \delta\ddot{\nu}$ , что соответствует особенно большим  $|n_{obs}|$ , как это и видно из Рис. 2. Кроме того, как видно на



**Рис. 2.** Диаграмма  $n_{\text{obs}} - \tau_{\text{ch}}$ . Незакрашенными кружками обозначены объекты, связанные с известными остатками вспышек сверхновых. Коэффициенты корреляции для положительной и отрицательной ветвей равны, соответственно, 0.78 и 0.76. Вертикальными штрихами (3) на уровне  $n = 0.5$  нанесены значения  $\tau_{\text{ch}}$  1337 “канонических” одиночных пульсаров, для которых измерены  $\nu$  и  $\dot{\nu}$ . Молодые пульсары, ассоциирующиеся с наблюдаемыми остатками вспышек сверхновых, расположены в левой части диаграммы (области I, II и III). Для них амплитуды вариаций  $\ddot{\nu}$  всё ещё достаточно малы и не способны привести к смене знака  $n_{\text{obs}}$  даже в области III. Однако показатели торможения пульсаров в этой области аномальны ( $n_{\text{obs}} \lesssim 50$ ) и, к тому же, не могут быть объяснены непостоянством коэффициента в степенном законе замедления (что проиллюстрировано прерывными линиями, соответствующими эволюции наблюдаемого  $n_{\text{obs}}$  в случае  $K/\dot{K} = 5 \times 10^4$  — линия (1) — и  $10^7$  — линия (2) — лет). Отсюда делается вывод, что значения  $n_{\text{obs}}$  пульсаров в области III в большей степени объясняются значительными вариациями первой производной частоты  $\dot{\nu}$  с относительной амплитудой  $A \sim 0.5-0.7$ . В рамках такой интерпретации отсутствие пульсаров в области II в сочетании с малыми значениями  $n_{\text{obs}}$  объектов области I может означать, что наблюдаемые  $n_{\text{obs}}$  и  $\tau_{\text{ch}}$  этих пульсаров также оказались подвержены влиянию вариаций  $\dot{\nu}$ . В области IV амплитуды вариаций  $\ddot{\nu}$  гораздо больше монотонной составляющей  $\ddot{\nu}_{\text{ev}}$ , поэтому пульсары там образуют две симметричные ветви.

Рис. 1, аппроксимации ветвей диаграммы степенной зависимостью не отличаются значимо друг от друга.

Таким образом, можно сделать вывод, что вариации второй производной оказываются примерно симметричны относительно  $\ddot{\nu}_{\text{ev}}$  по амплитуде, и пульсары проводят приблизительно одинаковое количество времени в состояниях с  $\ddot{\nu} > \ddot{\nu}_{\text{ev}}$  и  $\ddot{\nu} < \ddot{\nu}_{\text{ev}}$ .

Значимый же недостаток пульсаров с отрицательными  $\ddot{\nu}$ , наблюдаемый в области малых возрастов, соответствует ситуации, при которой амплитуда  $\delta\ddot{\nu}$  ещё не превышает монотонной компоненты  $\ddot{\nu}_{\text{ev}}$  и, следовательно, её вариации ещё не могут изменить знака второй производной.

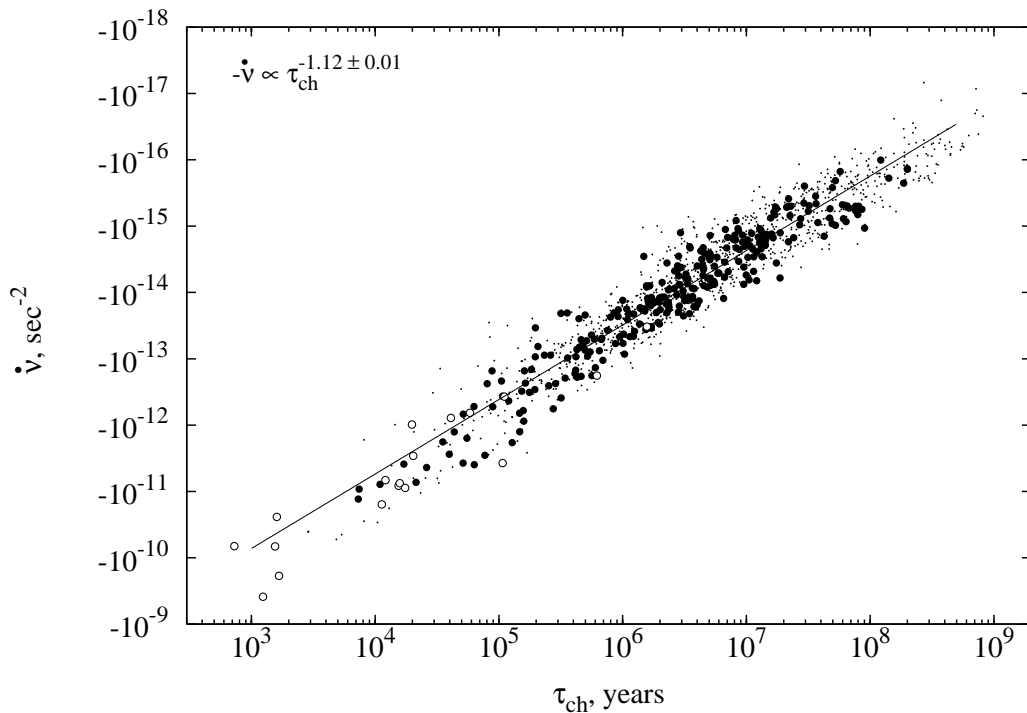
#### 2.4. Оценка характерных времен и амплитуд циклического процесса

Из зависимости  $\ddot{\nu} - \dot{\nu}$  для положительных и отрицательных  $\ddot{\nu}$  естественным образом следуют

оценки для ограничений сверху и снизу на амплитуду вариаций второй производной. Действительно, коль скоро отрицательные  $\ddot{\nu}$  обязаны своим происхождением исключительно циклическому процессу, то нижняя граница  $|\ddot{\nu}|$  отрицательной ветви диаграммы даёт нижнюю оценку амплитуды, а верхняя граница положительной ветви — верхнюю: порядка  $10^{-27} \text{ с}^{-3}$  и  $10^{-24} \text{ с}^{-3}$  для типичного пульсара соответственно. Эти границы обозначены штрихованными линиями на Рис. 1.

В то же время, в качестве оценки типичной амплитуды вариаций  $\mathcal{A}_{\ddot{\nu}}$  можно взять аппроксимацию отрицательной ветви диаграммы логарифмическим законом (непрерывная прямая на Рис. 1)  $|\ddot{\nu}_-(-\dot{\nu})|$ .

Амплитуда вариаций первой производной  $\mathcal{A}_{\dot{\nu}}$  наверняка не превышает величины  $|\dot{\nu}_{\text{ev}}|$  в силу отсутствия пульсаров с положительными первыми производными, т.е.  $\mathcal{A}_{\dot{\nu}} < |\dot{\nu}_{\text{ev}}|$ . А значит, пользуясь соотношением  $\Omega \sim \mathcal{A}_{\ddot{\nu}}/\mathcal{A}_{\dot{\nu}}$ , справедливым для почти любого квазициклического процесса с ограни-



**Рис. 3.** Зависимость между  $\dot{\nu}$  и характеристическим возрастом  $\tau_{ch} = -\nu/(2\dot{\nu})$  для 297 пульсаров выборки с измеренными  $\dot{\nu}$  (кружкѳ) и для 1337 канонических одиночных радиопульсаров из базы ATNF (точки), для которых измерены  $\nu$  и  $\dot{\nu}$ . Незакрашенными символами показаны объекты, связанные с известными остатками вспышек сверхновых. Линейный коэффициент корреляции для логарифмов этих величин  $r = 0.99$ . Разброс точек относительно средней линии зависимости определяется распределением  $\nu$  по выборке пульсаров. Видно, что это распределение не влияет сильно на вполне ожидаемую корреляцию, коль скоро в явном виде  $\dot{\nu} \propto \tau_{ch}^{-1}$ . Таким образом, величины  $\dot{\nu}$  могут использоваться наравне с  $\tau_{ch}$  как характеристика возраста пульсара: более старые объекты имеют меньшие  $|\dot{\nu}|$ . Дополнительно, показанная зависимость, как следует из её аппроксимации, не подчиняется закону  $\dot{\nu} \propto \tau_{ch}^{\alpha}$  с  $\alpha = -1$ . Наклон зависимости значимо отличается от  $-1$  и равен  $-1.12 \pm 0.01$ , что означает наличие существенной корреляции между величинами  $\dot{\nu}$  и  $\nu$  (см. Рис. 4).

ченным спектром, можно получить:

$$T = \frac{2\pi}{\Omega} < 7.5 \times 10^4 \times (-\dot{\nu}_{ev,14})^{0.03} \text{ лет}, \quad (11)$$

где  $T$  — характерный период вариаций, а  $\dot{\nu}_{ev,14} = \dot{\nu}_{ev}/10^{-14} \text{ с}^{-2}$ . Эта величина изменяется от порядка 60 до порядка 90 тыс. лет для старых и молодых пульсаров соответственно. Если же оценивать характерный период из упомянутого выше нижнего предела на амплитуду вариаций, то  $T$  ожидаемо возрастает до порядка  $1.2 \times 10^6$  лет для типичного пульсара и является строгим верхним пределом для величины  $T$ . (Обе оценки отмечены также на Рис. 6).

Что касается нижней границы характерного времени вариаций, то она определяется длиной типичного интервала наблюдений, т.е.:

$$T > 30 \div 50 \text{ лет}. \quad (12)$$

И наконец, воспользовавшись соотношением  $\Omega \sim A_{\dot{\nu}}/A_{\nu}$ , можно найти соответствующую амплитуду вариаций собственно частоты  $\nu$ . Она ока-

зывается значительно меньше типично наблюдаемых  $\nu$  для большинства пульсаров:

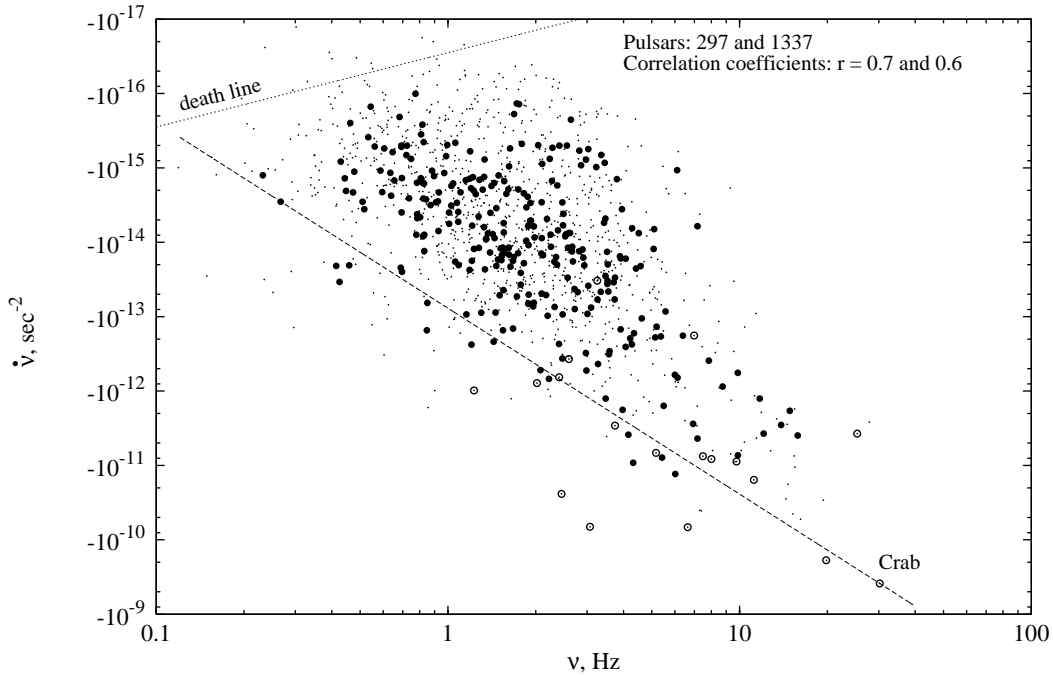
$$A_{\nu} < \dot{\nu}_{ev}^2/|\ddot{\nu}_{-}| = 4 \times 10^{-3} \times (-\dot{\nu}_{ev,14})^{0.97} \text{ Гц} \quad (13)$$

т.е. далее мы примем

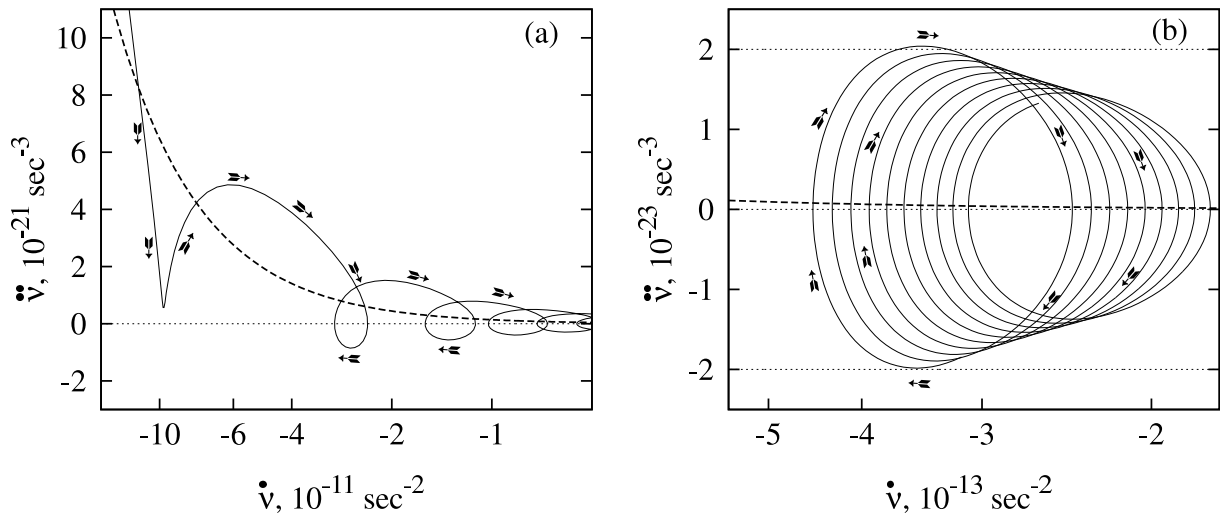
$$\delta\nu(t) \ll \nu_{ev}(t) \text{ и } \nu \approx \nu_{ev} \quad (14)$$

### 2.5. Характеристический возраст и показатели торможения в рамках модели циклических вариаций

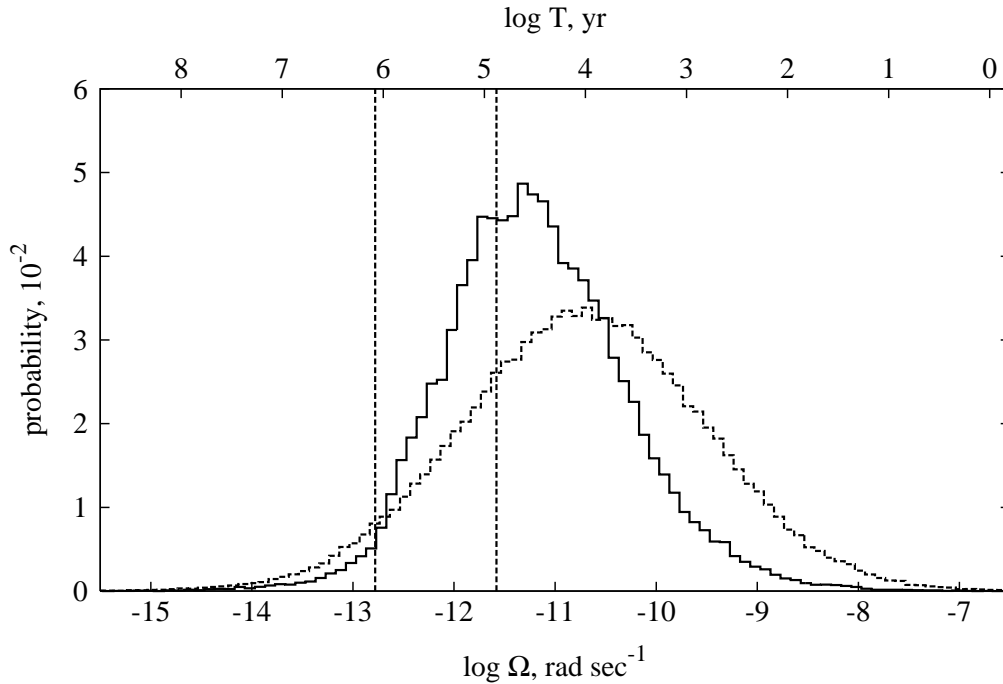
Используя описание наблюдаемого замедления пульсаров, введѳнное выше в (4) и (7), можно записать выражения для *наблюдаемых* характеристического возраста  $\tau_{ch} = -\nu/(2\dot{\nu})$  и показателя торможения  $n_{obs} = \ddot{\nu}/\dot{\nu}^2$  через *эволюционные* величины, т.е. те, которые зависят только от монотонной части замедления  $\nu_{ev}$ ,  $\dot{\nu}_{ev}$  и  $\ddot{\nu}_{ev}$ . Если монотонная компонента замедления подчиняется степенному закону  $\dot{\nu}_{ev} = -K\nu_{ev}^n$  с постоянным коэффициентом



**Рис. 4.** Диаграмма  $\nu - \dot{\nu}$  для 297 пульсаров исследуемой выборки (кружки) и для 1337 канонических одиночных радиопульсаров из базы ATNF (точки). Незакрашенные символы — объекты, связанные с остатками вспышек сверхновых. Между этими величинами обнаруживается существенная корреляция  $r \sim 0.6-0.7$ . Прерывной чертой обозначен экстраполированная траектория движения пульсара в Крабовидной туманности при  $n = 2.5$ . Непрерывная прямая имеет наклон  $n = 3$  и представляет собой медианный тренд, соответствующий коэффициенту  $K = \hat{K}(n = 3, \langle A \rangle = 0.65, \sigma[A] = 0.1)$  (см. Раздел 3). Линия смерти пульсаров  $\dot{\nu} = -2.82 \times 10^{-17} \nu^{-1}$  построена в соответствии с [33].



**Рис. 5.** Качественная иллюстрация движения пульсара в координатах  $\ddot{\nu} - \dot{\nu}$ , согласно идее о долговременном циклическом процессе. Монотонная компонента замедления (штриховая линия) здесь соответствует степенному закону замедления  $\dot{\nu}_{ev} = -K\nu_{ev}^3$  с  $K = 10^{-12} \text{ c}^2$  и  $\nu_{ev}(t = 0) = 30 \text{ Гц}$ . В свою очередь, накладывающаяся на неё циклическая компонента выбрана в простом гармоническом виде  $\delta\dot{\nu}(t) = \dot{\nu}_{ev}(t)A \cos(\Omega t)$ , где  $A = 0.2$ , а  $2\pi/\Omega = 10^3 \text{ лет}$ . Результирующая траектория показана сплошной кривой. На рисунке (а) показан начальный этап жизни пульсара для интервала возрастов  $10^{10}-10^{12}$  секунд. Здесь амплитуда вариаций  $\ddot{\nu}$  всё ещё сравнима с величиной  $\dot{\nu}_{ev}$  и, следовательно, смена знака  $\ddot{\nu}$  происходит не сразу. На рисунке (б) показано движение пульсара на интервале  $(1-1.3) \times 10^{12}$  секунд. В этом случае значения  $\ddot{\nu}$  определяются в первую очередь вариационным процессом, и пульсар последовательно изменяет знак своей  $\ddot{\nu}$ . При этом, из-за небольшого положительного вклада  $\dot{\nu}_{ev}$ , вариации не полностью симметричны относительно  $\ddot{\nu} = 0$ .



**Рис. 6.** Распределения характерных времён для а) долговременных вариаций, полученных в рамках модели, описанной в п. 3, и результатов оценки её параметров методом максимального правдоподобия (непрерывная линия), и б) для характерных периодов прецессии НЗ под действием аномального тормозящего момента (штриховая линия). Оба распределения находятся в хорошем согласии друг с другом и ограничивают интервал в 5–500 тыс. лет. При этом вертикальные линии обозначают верхнюю и типичную оценки периода вариаций, полученные в п. 2.2.4 и рассчитанные для  $\dot{\nu} = 10^{-14} \text{ c}^{-2}$ .

$K$ , то

$$\tau_{ch} = \left( \frac{n-1}{2} \tau + \frac{P_0^{n-1}}{2K} \right) \frac{1}{1+\varepsilon} = \frac{\tau_{ch, ev}}{1+\varepsilon} \quad (15)$$

и

$$n_{obs} = n \frac{1+\eta}{(1+\varepsilon)^2}. \quad (16)$$

В первом выражении  $\tau$  — истинный возраст пульсара, а  $P_0$  — его начальный период. При  $n = 3$  для типичного пульсара  $P_0^2/2K \sim 10^3$  лет, т.е. он рождается с ненулевым характеристическим возрастом.

Из приведённых выражений видно, что вариации темпа замедления способны существенно изменить наблюдаемые  $\tau_{ch}$  и  $n_{obs}$ , и поэтому зависимость  $n_{obs} - \tau_{ch}$  носит сложный характер. Здесь можно выделить четыре качественно разных области<sup>2</sup>.

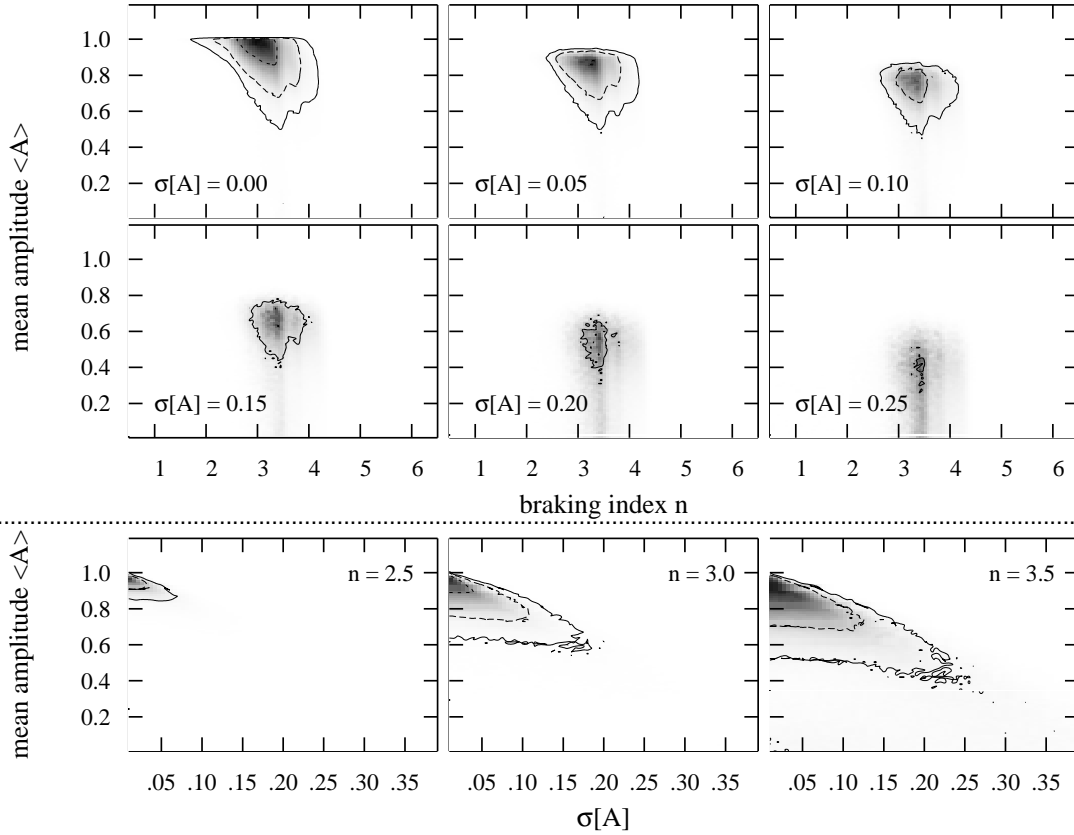
<sup>2</sup>Возможно, более корректно говорить о трёх качественно отличающихся областях. Так, область II выделяется лишь отсутствием в ней пульсаров из исследуемой выборки. Однако в ней (как видно из расположения вертикальных штрихов на Рис. 2) всё же находится шесть объектов, для которых нет опубликованных значений  $\ddot{\nu}$ .

Особый интерес в данном случае представляется группа молодых объектов в области III: их измеренные показатели торможения  $n_{obs} = \nu \ddot{\nu} / \dot{\nu}^2$  принимают значения вплоть до 50, но при этом почти все они положительны. Такие величины  $n_{obs}$  заведомо аномальны, и, стало быть, влияние циклического процесса на тайминг этих пульсаров уже ощутимо. При этом, однако, наблюдаемая асимметрия числа пульсаров с  $n_{obs} > 0$  и  $n_{obs} < 0$  в этой области оказывается значимой на уровне 0.002%, что явно не соответствует ожиданиям, если значения индекса замедления обусловлены в основном вариациями второй производной. Действительно, с одной стороны, амплитуды вариаций  $\ddot{\nu}$  таковы, что соответствующие показатели торможения возрастают в десятки раз по сравнению с “истинным” значением, а с другой — величина  $\ddot{\nu}$  не меняет своего знака.

Это противоречие снимается, если большие наблюдаемые  $n_{obs}$  для этих объектов обусловлены в большей степени вариациями не второй, а первой производной частоты вращения. Предполагая для этих пульсаров  $\eta \sim 0$ , относительное смещение  $\dot{\nu}$  оценивается для них в  $|\varepsilon| = 0.6-0.8$ , если  $n \sim 3-5$ .

Таким образом, вероятно, что циклический про-





**Рис. 7.** Доверительные области для параметров модели  $n$ ,  $\langle A \rangle$  и  $\sigma[A]$ , полученные методом максимального правдоподобия. Области показаны в виде набора срезов пространства параметров при фиксированных  $\sigma[A]$  (верхняя часть) и  $n$  (нижняя). Замкнутые контуры ограничивают, соответственно, 65, 95 и 99% доверительные интервалы (99% интервалу соответствует самый внешний контур на всех рисунках). Значения эволюционного показателя торможения  $n$ , средней амплитуды вариаций  $\langle A \rangle$  и её разброса  $\sigma[A]$ , согласующиеся с симметрией вариаций  $\dot{\nu}$ , лежат в интервалах  $n \sim 2.5 \div 4$ ,  $\langle A \rangle > 0.5$  и  $\sigma[A] < 0.25$ .

цесс характеризуется весьма значительными амплитудами изменения  $\dot{\nu}$ .

### 3. МОДЕЛЬ ЗАМЕДЛЕНИЯ ПУЛЬСАРОВ

В этом разделе будет построена более конкретная, полуфеноменологическая модель наблюдаемого замедления радиопульсаров и определены её основные параметры. Для этого мы конкретизируем вид компонентов модели (4).

Монотонную часть будем описывать классическим степенным законом:

$$\dot{\nu}_{\text{ev}} = -K\nu_{\text{ev}}^n, \quad (17)$$

где  $K = \text{const}$ , а  $n$  — одинаков для всех пульсаров. Циклическую компоненту мы выбираем в простом гармоническом виде:

$$\varepsilon = A \cos \psi, \quad (18)$$

где  $A$  — постоянная относительная амплитуда, а  $\psi$  — фаза циклического процесса.

Коль скоро истинные значения  $\varepsilon$  для индивидуальных объектов выборки нам неизвестны, мы

неизбежно приходим к ансамблевому описанию эволюции пульсаров и далее моделируем значения  $A$  и  $\psi$  для каждого пульсара так, чтобы величина  $A$  оказывалась распределённой нормально по выборке со средним  $\langle A \rangle$  и дисперсией  $\sigma^2[A]$ , а фаза  $\psi$  — равномерно на интервале  $0-2\pi$ .

В целом, монотонную эволюцию ансамбля пульсаров будем характеризовать траекторией, соответствующей степенному закону (17) с коэффициентом  $K = \hat{K}$ :

$$\hat{K} = \mathcal{M} \left[ -\frac{\dot{\nu}}{\nu^n} \frac{1}{1 + \varepsilon} \right], \quad (19)$$

где  $\mathcal{M}[\cdot]$  обозначает медианное среднее по выборке. Для его вычисления величины  $n$ ,  $\langle A \rangle$  и  $\sigma[A]$  необходимо задавать заранее и, таким образом, они оказываются параметрами строящейся модели.

Вычисляя величину  $\hat{K}$  для каждого набора параметров и дифференцируя (17) по времени, можно

оценить величину  $\hat{\nu}_{ev}$  для каждого пульсара как:

$$\ddot{\nu}_{ev,1} = n\hat{K}^2\nu^{2n-1} \quad (20)$$

либо как

$$\ddot{\nu}_{ev,2} = n\hat{K}^{\frac{1}{n}} \left( -\frac{\dot{\nu}}{1+\varepsilon} \right)^{2-\frac{1}{n}}. \quad (21)$$

Далее мы используем установленное выше свойство симметричности вариаций  $\ddot{\nu}$  относительно  $\hat{\nu}_{ev}$ . А именно, адекватно выбранные параметры модели  $n$ ,  $\langle A \rangle$  и  $\sigma[A]$  должны приводить к таким оценкам  $\hat{\nu}_{ev}$ , что наблюдаемые числа пульсаров с  $\ddot{\nu} > \hat{\nu}_{ev}$  и  $\ddot{\nu} < \hat{\nu}_{ev}$  будут приблизительно одинаковы.

Используя этот критерий, была построена функция правдоподобия  $\mathcal{L}$ , в которой также учитывался и факт отсутствия пульсаров с положительными  $\dot{\nu}$ . Последнее позволило наложить дополнительные ограничения на параметры модели. Затем определялась точка максимума  $\mathcal{L}$  и соответствующие доверительные интервалы.

Ход соответствующих вычислений в рамках метода максимального правдоподобия мы детально описываем в работе [28]. В настоящей же работе мы только приводим полученные результаты.

Контурные карты для значений функций правдоподобия показаны на Рис. 7 в виде набора сечений пространства параметров плоскостями, соответствующими фиксированным  $\sigma[A]$  (верхние графики) и  $n$  (нижние). Доверительный интервал, соответствующий 99% вероятности для эволюционного значения показателя торможения, определяется неравенством

$$2.5 < n < 4. \quad (22)$$

Соответствующий интервал для средней по выборке относительной амплитуды  $\langle A \rangle$  зависит от принимаемого значения  $\sigma[A]$ . Такой выбор может быть сделан после привлечения результатов анализа диаграммы  $n_{obs} - \tau_{ch}$ , приведённого выше: достаточно большие смещения  $\varepsilon$ , которые из него следуют, соответствуют достаточно большим  $\langle A \rangle$  и не очень большим  $\sigma[A]$ . В результате мы принимаем как наиболее приемлемые значения:

$$0.5 < \langle A \rangle < 0.8 \text{ и } \sigma[A] \sim 0.1. \quad (23)$$

Полученное значение для  $n$  находится в хорошем соответствии с существующими теориями.

Наконец, пользуясь соотношением (10) и предположением о линейной зависимости фазы вариаций от времени:  $\psi = \psi_0 + \Omega t$  при  $\Omega = const$  и равновероятной начальной фазе  $\psi_0$ , в рамках описываемой модели можно восстановить распределение возможных  $\Omega$  с учётом неопределённости конкретных значений параметров модели внутри доверительных интервалов. Это распределение показано непрерывной линией на Рис. 6. Там же обозначены

верхняя и типичная оценка характерного периода вариаций, полученные в предыдущем разделе. Кроме того, штриховой линией на рисунке показано распределение периодов вынужденной прецессии НЗ под действием т.н. “аномального” тормозящего момента (см. Обсуждение). Видно, что все эти оценки замечательно согласуются друг с другом.

#### 4. ОБСУЖДЕНИЯ И ВЫВОДЫ

В данной работе проведён анализ опубликованных параметров 297 одиночных радиопульсаров и сделан вывод о существовании долговременного циклического механизма, определяющего вариации скорости их вращения на временах в несколько тысяч лет и ответственного за аномальность величин  $\dot{\nu}$  и наблюдаемых показателей торможения  $n_{obs}$ .

Столь необычная шкала времени — тысячи лет — существенно больше типичных периодов пульсаров и существенно меньше типичных времён их жизни. В то же время даже в каноническом магнитодипольном представлении уже содержится механизм, который работает на таких же временах.

Так называемый “аномальный” тормозящий момент вызывает прецессию НЗ вокруг её магнитного момента с периодом в несколько тысяч лет [25, 29, 30]. Подобный же эффект может возникать и за счёт асимметрии самой звезды вдоль магнитного момента из-за сильного магнитного поля [31]. Однако, как показано в [28], чистой прецессии оказывается недостаточно для объяснения наблюдаемых больших амплитуд вариаций  $\dot{\nu}$ . Необходим, по-видимому, некий механизм, приводящий к циклической перестройке магнитосферы НЗ на таких же временах. Возможный механизм такого типа, в основу которого положены вариации темпа потерь вращательной энергии, был предложен в работе [24].

Приводит ли монотонная прецессия НЗ вокруг её магнитной оси к наблюдаемым эффектам — до конца не ясно. Однако на данный момент она является единственным предложенным механизмом, который может привести к циклическим изменениям скорости вращения пульсаров на временах в тысячи лет.

#### БЛАГОДАРНОСТИ

Работа выполнена при поддержке Российского Фонда Фундаментальных Исследований (проект 04–02–17555), программы “Эволюция звёзд и галактик” Президиума РАН, Фонда поддержки российской науки, гранта Президента РФ для поддержки молодых российских учёных (МК-4694.2009.2), а также грантов фондов “Династия” и Cariplo (Landau Network — Centro Volta).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. R. N. Manchester and J. H. Taylor, *Pulsars* (Freeman and CO, San Francisco, 1977) [in Russian].
2. V. Beskin, A. Gurevich, and Ya. Istomin, *Physics of the Pulsar Magnetosphere*, (Cambridge: Cambridge University Press, 1993).
3. F. D'Alessandro, P. M. McCulloch, E. A. King, et al., *Monthly Notices Roy. Astronom. Soc.* **261**, 883 (1993).
4. A. Baykal, M. Ali Alpar, P. E. Boynton, et al., *Monthly Notices Roy. Astronom. Soc.* **306**, 207 (1999).
5. G. Hobbs, A. G. Lyne, M. Kramer, et al., *Monthly Notices Roy. Astronom. Soc.* **353**, 1311 (2004).
6. G. Hobbs, A. G. Lyne, and M. Kramer, *Monthly Notices Roy. Astronom. Soc.* **402**, 1027 (2010).
7. M. A. Livingstone, V. M. Kaspi, F. P. Gavriil, and R. N. Manchester, *Astrophys. J.* **619**, 1046 (2005).
8. C. M. Espinoza, A. G. Lyne, B. W. Stappers, and M. Kramer, *Monthly Notices Roy. Astronom. Soc.* **414**, 1679 (2011).
9. K. S. Cheng, *Astrophys. J.* **321**, 799 (1987).
10. I. Contopoulos, *Astronom. and Astrophys.* **475**, 639 (2007).
11. J. M. Cordes and G. S. Downs, *Astrophys. J. Suppl.* **59**, 343 (1985).
12. J. O. Urama, B. Link, and J. M. Weisberg, *Monthly Notices Roy. Astronom. Soc.* **370**, L76 (2006).
13. A. Lyne, G. Hobbs, M. Kramer, et al., *Science* **329**, 408 (2010).
14. J. M. Cordes and G. Greenstein, *Astrophys. J.* **245**, 1060 (1981).
15. Z. Arzoumanian, D. J. Nice, J. H. Taylor, et al., *Astrophys. J.* **422**, 671 (1994).
16. A. E. Chukwude, *Astronom. and Astrophys.* **406**, 667 (2003).
17. D. M. Scott, M. H. Finger, and C. A. Wilson, *Monthly Notices Roy. Astronom. Soc.* **344**, 412 (2003).
18. M. Demiański and M. Proszynski, *Nature* **282**, 383 (1979).
19. M. A. Alpar and A. Baykal, *Monthly Notices Roy. Astronom. Soc.* **372**, 489 (2006).
20. G. E. Gullahorn and J. M. Rankin, *BAAS* **9**, 562 (1977).
21. А. В. Бирюков, *О некоторых особенностях эволюции периодов радиопульсаров*, дипломная работа, Физический факультет МГУ им. М. В. Ломоносова (2006).
22. G. Beskin, A. Biryukov, and S. Karpov, [arXiv:astro-ph/0603375](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0603375) (2006).
23. A. Biryukov, G. Beskin, S. Karpov, and L. Chmyreva, *Adv. in Space Res.* **40**, 1498 (2007).
24. D. P. Barsukov and A. I. Tsygan, *Monthly Notices Roy. Astronom. Soc.* **409**, 1077 (2010).
25. A. Melatos, *Monthly Notices Roy. Astronom. Soc.* **313**, 217 (2000).
26. R. N. Manchester, G. B. Hobbs, A. Teoh, et al., *Astronom. J.* **129**, 1993 (2005).
27. S. Johnston and D. Galloway, *Monthly Notices Roy. Astronom. Soc.* **306**, L50 (1999).
28. A. Biryukov, G. Beskin, and S. Karpov, submitted to *Monthly Notices Roy. Astronom. Soc.* [arXiv:1105.5019](https://arxiv.org/abs/1105.5019) (2011).
29. L. Davis and M. Goldstein, *Astrophys. J.* **159**, L81 (1970).
30. M. L. Good and K. K. Ng, *Astrophys. J.* **299**, 706 (1985).
31. P. Goldreich, *Astrophys. J.* **160**, L11 (1970).
32. N. Cardiel, *Monthly Notices Roy. Astronom. Soc.* **396**, 680 (2009).
33. D. Bhattacharya, R. A. M. J. Wijers, J. W. Hartman, and F. Verbunt, *Astronom. and Astrophys.* **254**, 198 (1992).

A.V. Biryukov, G.M. Beskin, S.V. Karpov

Our paper is dedicated to the problem of anomalous values of braking indices  $n_{\text{obs}}$  and spin frequency second derivatives  $\ddot{\nu}$  of isolated radio pulsars. Observations of these objects for over 40 years have shown that in addition to the complex short-term irregular component in the evolution of the pulsars' frequency, secular values of its second derivative are orders of magnitude greater than the predicted theoretical ones, and in a good half of cases—they are even negative. We earlier attributed this behavior of secular values of the second derivative to the presence of a cyclic component in the secular evolution of  $\nu(t)$ , with a characteristic recurrence time of thousands to tens of thousand years. We continue to develop this hypothesis based on a more detailed statistical analysis of the characteristics of 297 isolated radio pulsars: we analyze the model of these objects spin-down, consisting of two components, monotonic and cyclic, and determine their parameters. We demonstrate that the monotonic spin-down component is described by the classical magnetodipolar power law with an braking index of about 3, while the large amplitude of the cyclic component causes a significant variation of the observed spin-down rate ( $\dot{\nu}$ ) (with respect to magnetodipolar one), and fully determines the anomalous values of  $\ddot{\nu}$  and  $n_{\text{obs}}$ . An important consequence of the existence of a cyclic component of the pulsar rotational variations is the difference between their characteristic ages and respective secular values (by about 0.5–5 times). This allows to explain the observed discrepancy of the characteristic and physical ages of some objects, as well as very large, up to  $10^8$  years, characteristic ages of some old pulsars. The paper argues that the cyclic component of the observed spin-down is due to the long-term precession of neutron stars around their magnetic axes, which, in particular, may be driven by the anomalous braking torque. In the model of purely magnetodipolar braking this torque is a consequence of emission in the near field zone.

Key words: *stars: pulsars: general—methods: statistical*