

## О КИНЕМАТИЧЕСКИХ ГРУППАХ ЗВЕЗД В ПЛЕЯДАХ

© 2021 В. М. Данилов<sup>1\*</sup><sup>1</sup> Коуровская астрономическая обсерватория им. К. А. Бархатовой Уральского федерального университета им. Первого президента России Б. Н. Ельцина, Екатеринбург, 620000 Россия

Поступила в редакцию 22 декабря 2020 года; после доработки 15 марта 2021 года; принята к публикации 15 марта 2021 года

В работе выполнен анализ оценок параметров широких двойных звезд в рассеянном звездном скоплении Плеяды, полученных в работах 2020 г. по данным Gaia DR2. Для этого использовалась модель гравитирующей системы, состоящей из двух звезд, связанных в суммарном поле сил этих звезд, и однородного гравитирующего шара, имитирующего звездное скопление. Показано существование двух «приливных» расстояний  $r_{1,2}$  между компонентами двойных звезд для ее расстояний от центра шара-скопления, больших некоторого критического. Меньшее из «приливных» расстояний  $r_{1,2}$  убывает с увеличением расстояния от двойных звезд до центра шара-скопления, так как сила притяжения к центру однородного шара-скопления в его пределах возрастает с удалением от его центра. Бóльшее из «приливных» расстояний  $r_{1,2}$  обусловлено разницей величин силового поля скопления в точках расположения звезд-компонентов двойных звезд и возрастает с увеличением расстояния от двойных звезд до центра скопления, достигая значений в несколько парсек на периферии шара-скопления. Записано и исследовано условие гравитационной связанности широких двойных звезд с равными нулю относительными скоростями их компонентов в общем силовом поле движущейся двойной звезды и шара-скопления. Показано, что распад широких двойных звезд может происходить в основном в направлении, перпендикулярном направлению на центр скопления. Это замедляет распад широких двойных звезд, наблюдаемых в ближайших рассеянных скоплениях. В случае массы шара-скопления, равной общей массе звезд-членов скопления Плеяды с звездными величинами  $m_G \leq 15^m$ , получены оценки времени распада  $\tau_d$  и формирования широких двойных звезд при характерных для Плеяд значений параметров колебаний регулярного поля скопления (при  $r_{1,2} \simeq 0.7$  пк величины  $\tau_d$  убывают от 1.25 до 0.45 млн. лет при увеличении расстояний от двойных звезд до центра шара-скопления от 0.34 до 0.45 пк). Оценки «приливных» расстояний  $r_{1,2}$  между компонентами двойных звезд в модели неоднородного скопления также показывают существование двух значений  $r_{1,2}$  на периферии скопления для расстояний от двойных звезд до центра скопления, больших некоторого критического. Показано, что изменения регулярного силового поля в ядре сжимающегося скопления активнее разрушают широкие двойные звезды, чем их сближения с группами, состоящими из нескольких звезд. Получены оценки расстояний от кинематических групп звезд до центра скопления в Плеядах. Состоящие из трех звезд кинематические группы расположены в основном на расстояниях  $r \simeq 1.5$ – $2.4$  пк и  $r \simeq 3.1$ – $6.7$  пк от центра скопления. Кинематические группы из четырех звезд в Плеядах расположены вблизи расстояний  $r \simeq 2$  пк и  $r \simeq 4$  пк от центра скопления. Обсуждаются возможные механизмы формирования таких групп в Плеядах.

Ключевые слова: *звезды: кинематика и динамика — рассеянные скопления и ассоциации*

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Группы звезд с общим (сопутствующим) движением в рассеянном скоплении в момент времени  $t$  можно условно разделить на гравитационно связанные (кратные звезды) и гравитационно не связанные между собой (кинематические группы). Если в формировании и динамической эволюции кратных звезд в значительной степени играют роль локальные свойства области звездообразования и иррегулярные силы в скоплении (Heggie 1975,

Reipurth et al. 2010), то в формировании и динамической эволюции кинематических групп звезд бóльшую роль играет регулярное силовое поле скопления и его колебания (т.е. характеристики всей системы в целом). Поэтому кинематические группы звезд могут быть индикатором динамического состояния рассеянного звездного скопления (РЗС), а также позволяют оценить фазу его колебания (Danilov 2021). Конечно, в кинематической группе могут находиться и гравитационно связанные, достаточно тесные и уже динамически неактивные двойные звезды (ДЗ) (Mathieu 1985), но их в рамках динамического описания можно

\*E-mail: Vladimir.Danilov@urfu.ru

рассматривать как точечные одиночные объекты — члены кинематической группы.

Отметим, что более широкие ДЗ — члены нескольких ближайших РЗС ( $\alpha$  Персея, Плеяды, Ясли, Гиады) с расстояниями между компонентами этих ДЗ, характерными для динамически активных ДЗ, — находятся в дефиците в этих РЗС (Deason and Kraus 2020) или отсутствуют в Плеядах (Danilov 2021), что указывает на разрушение таких пар звезд изменениями силовых полей нестационарных скоплений при их периодических сжатиях (см. работы Danilov (2021), Parker and Reggiani (2013), Parker et al. (2009; 2011)).

Согласно Aarseth (1971), Heggie (1975), динамически активные ДЗ состоят из наиболее массивных звезд скопления, энергии связи которых близки к средней кинетической энергии одиночных звезд (ОЗ) скопления. В результате сближений ОЗ и динамически активных ДЗ энергия связи таких ДЗ возрастает, они становятся более тесными (Aarseth 1971, Heggie 1975). Согласно Danilov (1977), взаимные расстояния  $r_{1,2}$  между компонентами таких ДЗ в РЗС убывают в среднем лишь в 1.6–3.3 раз, после чего ДЗ перестают быть активными и накапливать энергию связи, так как ОЗ с кинетическими энергиями, достаточными для возмущения таких тесных ДЗ в скоплении, уже отсутствуют, скопление расширяется, и средние концентрации и скорости движения ОЗ в скоплении убывают (см. Danilov (1977), а также, например, формулу (9) в Hills (1975)). Согласно оценкам Danilov (2021), для динамически активных ДЗ в Плеядах наибольшие величины  $r_{1,2}$  достигают значений  $r_{1,2} \simeq 2028\text{--}5404$  а.е.

В работах Danilov (2021), Deason and Kraus (2020) по данным Gaia DR2 были выделены широкие двойные звезды в ближайших РЗС  $\alpha$  Персея, Плеяды, Ясли (Deason and Kraus 2020) для проецируемых на картинную плоскость скопления расстояний между компонентами  $d_{1,2} = 300\text{--}3000$  а.е. и в Плеядах при  $r_{1,2} > 4000$  а.е. (Danilov 2021). Согласно работе Deason and Kraus (2020), доля широких ДЗ с  $d_{1,2} = 300\text{--}3000$  а.е. составляет  $2.1^{+0.8}_{-0.2}\text{--}3.0^{+0.8}_{-0.7}\%$  в случае масс  $0.5\text{--}1.5 M_{\odot}$  более массивных компонентов ДЗ. Это значительно меньше наблюдаемой в поле в окрестностях Солнца доли ДЗ ( $33 \pm 2\%$  (Raghavan et al. 2010)), а также суммарной доли двойных, тройных и четверных звезд ( $44.0 \pm 2.4\%$  (Duchene and Kraus 2013, Raghavan et al. 2010)). При установлении дефицита широких ДЗ в Гиадах авторы Deason and Kraus (2020) использовали данные о выделенных в Lodieu et al. (2019) звездах-членах этого скопления.

В работе Caballero et al. (2018) для молодого скопления  $\sigma$  Ori также был отмечен дефицит широких ДЗ в интервале  $d_{1,2} = 160\text{--}1600$  а.е. и звездных величин  $K < 8^{\text{m}}8$  для главного компонента и  $K < 18^{\text{m}}3$  — для вторичного компонента ДЗ (доля таких ДЗ в  $\sigma$  Ori была определена Caballero et al. (2018) равной  $3.0^{+1.2}_{-1.1}\%$ ). Для исследования использовались изображения этого скопления в  $K$ -полосе UKIDSS DR8+ из научного архива камеры WFCAM, полученные в рамках обзора галактических скоплений Lodieu et al. (2009).

В работе Jerabkova et al. (2019) по данным Gaia DR2 для скопления туманности Ориона (ONC) доля широких ДЗ с  $d_{1,2} = 1000\text{--}3000$  а.е., приходящихся на единицу  $\lg(d_{1,2})$ , равна примерно 5% (см. рис. 9 в Jerabkova et al. (2019)).

Теоретические оценки влияния регулярного поля и его колебаний на параметры траекторий звезд в нестационарном скоплении всегда затруднены из-за отсутствия удовлетворяющих наблюдательным данным и численным моделированиям аналитических моделей регулярного поля нестационарных РЗС (см., например, оценки средней скорости изменения энергии движения звезды в скоплении (Lynden-Bell 1967) или определение периодов движения звезд и выделение основных резонансов в их движении в таких РЗС (Danilov 2005)). Совместное влияние регулярных и иррегулярных сил на эволюцию функции фазовой плотности (ФФП) в нестационарных РЗС по ряду причин остается слабо изученным аналитически (регулярным силовым полем звездной системы обычно пренебрегают при оценке роли иррегулярных сил, см. Binney and Tringali (2008, раздел 7.4.4), отдельные парные сближения звезд считаются независимыми (Saslaw 1987, часть I, раздел 2), что является приближением (Danilov and Putkov 2012b)).

Оценки приливных радиусов  $r_J$  малых спутниковых систем (СС) в силовом поле потенциала основной системы (наибольшей массы), обычно получаемые в рамках ограниченной задачи трех точечных тел (Binney and Tringali 2008, стр. 675), по ряду причин не могут использоваться при описании широких ДЗ или кинематических групп звезд в нестационарных РЗС (в этом случае один из компонентов СС имеет нулевую массу, размеры основной системы превышают размеры широких ДЗ или кинематических групп, что отличает такие СС от широких ДЗ в РЗС, а точечную основную систему — от нестационарных РЗС). В случае СС с радиусом круговой орбиты  $R_0 \gg r_J$  для величины  $r_J$  известно решение (Binney and Tringali 2008, стр. 677, формула (8.91)). В случае двухточечной модели СС с ненулевыми массами обоих компонентов и протяженной основной системой ( $R_0 \gg r_J$ ) также известно решение для величины

$r_J$  (Danilov and Chernova 2008). Во многих приложениях СС не находится на круговой орбите, а потенциал основной системы в окрестностях СС не является постоянным (Binney and Truaine 2008, стр. 677). В таких случаях в качестве приближения для оценки величины  $r_J$  в формуле (8.91) из Binney and Truaine (2008) вместо величины  $R_0$  часто используется перицентрическое расстояние СС от центра основной системы (King 1962). Если центр масс СС движется по круговой орбите относительно центра основной системы с потенциалом, не обязательно совпадающим с потенциалом точечной массы, а звезды-компоненты СС движутся по эпициклическим орбитам, и используется приближение «удаленного прилива» (т.е.  $R_0$  рассматривается как прицельное расстояние сближения СС с основной системой и масса СС много меньше массы основной системы), для величины  $r_J$  также известна формула (8.107) (Binney and Truaine 2008), которая отличается от (8.91) (там же) лишь значением массы основной системы в пределах орбиты центра масс СС и множителем (8.108) (в той же работе), стремящемся к бесконечности для основной системы в виде однородного шара.

Отсутствие ряда аналитических оценок совместного влияния регулярных сил и сил, возникающих при парных взаимодействиях звезд, на ФФП нестационарного скопления усложняет анализ наблюдательных данных о строении РЗС и результатов численных экспериментов по моделированию динамики подобных скоплений. К числу таких оценок можно отнести

- выраженное через параметры компонентов СС и основной системы условие гравитационной связанности широких ДЗ в РЗС при свободной от предположений форме траектории движения центра масс ДЗ в скоплении,
- величины приливных расстояний между компонентами таких ДЗ на разных расстояниях от центра скопления,
- времена и механизмы распада и формирования подобных ДЗ в нестационарных РЗС.

Оценки параметров и механизмы формирования широких ДЗ могут применяться при обсуждении кинематических групп звезд в РЗС. Так как параметры таких групп могут быть использованы для анализа динамического состояния РЗС (Danilov 2005; 2021), представляет интерес разработка методов проведения оценок таких параметров и их применение для изучения ближайших РЗС.

Цели и задачи данной работы:

- исследование строения области допустимых движений компонентов широких двойных звезд в рассеянном звездном скоплении Плеяды,

- диагностика динамического состояния Плеяд по данным о параметрах таких звезд в скоплении,
- оценки допустимых параметров широких двойных звезд и малых кинематических групп звезд в этом скоплении.

Результаты исследования позволят выяснить особенности строения подсистемы широких двойных звезд и малых кинематических групп звезд скопления Плеяды в пространствах координат и скоростей, провести обсуждение возможных механизмов формирования и распада кинематических групп этого скопления.

## 2. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ СИСТЕМЫ ГРАВИТИРУЮЩИХ ТЕЛ

Рассмотрим модель гравитирующей системы, состоящей из двух звезд в виде точечных масс  $m_1$  и  $m_2$ , связанных сопутствующим движением в суммарном поле сил этих звезд и однородного гравитирующего шара с массой  $m_3$ , имитирующего центральные части звездного скопления. Пусть  $m_1 > m_2$ . Рассмотрим случай движения звезд в пределах этого шара. Согласно (10)–(12) из книги Marchal (1990), запишем уравнения движения гравитирующих тел системы в следующем виде:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{\mathbf{r}}_1 = -\frac{Gm_1 m_2}{r_{1,2}^3} (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) - \gamma m_1 (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_3), \\ m_2 \ddot{\mathbf{r}}_2 = -\frac{Gm_1 m_2}{r_{1,2}^3} (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1) - \gamma m_2 (\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_3), \\ m_3 \ddot{\mathbf{r}}_3 = -\gamma m_1 (\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1) - \gamma m_2 (\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_2), \end{cases} \quad (1)$$

где  $\mathbf{r}_j = (x_j, y_j, z_j)$  — радиус-векторы центров масс  $m_j$  с началом координат  $(x, y, z)$  в общем центре масс системы ( $j = 1, 2, 3$ ),  $\dot{\mathbf{r}}_j = \frac{d\mathbf{r}_j}{dt}$ ,  $\ddot{\mathbf{r}}_j = \frac{d\dot{\mathbf{r}}_j}{dt}$ ,  $t$  — время,  $G$  — гравитационная постоянная,  $\gamma = Gm_3/a^3$ ,  $a$  — радиус шара с массой  $m_3$ ,  $\frac{\partial \Phi_3}{\partial r_{3,i}} = -\gamma r_{3,i}$ ,  $\Phi_3$  — потенциал однородного шара,  $r_{3,i}$  — модуль вектора  $\mathbf{r}_{3,i} = \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_3$ ,  $i = 1, 2$  (при записи уравнений (1) необходимо учитывать опечатку в правой части уравнения (11) из книги Marchal (1990), где в предпоследнем слагаемом вместо  $m_B$  должно быть  $m_C$ ).

Система уравнений (1) позволяет получить интегралы энергии движения для двойной звезды (ДЗ) ( $i = 1, 2$ ):

$$E_{1,2} = T_{1,2} - \frac{Gm_1 m_2}{r_{1,2}} + \frac{\gamma}{2} \sum_{j=1}^3 m_j r_j^2 = const,$$

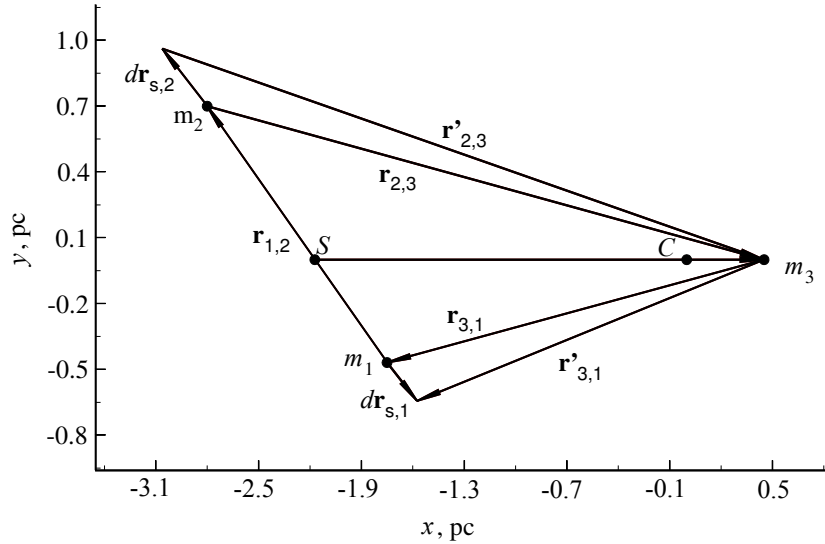


Рис. 1. Расположение векторов в системе гравитирующих тел.

для шара с массой  $m_3$ :

$$2E_3 = m_3 v_3^2 + \gamma M r_3^2 = const, \quad \text{где } M = \sum_{j=1}^3 m_j,$$

а также для системы трех тел:

$$E_{1,2,3} = E_{1,2} + E_3 = const,$$

где  $T_{1,2} = 0.5(m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2)$  — кинетическая энергия ДЗ,  $v_j$  — модуль вектора  $\dot{\mathbf{r}}_j$ . Согласно (1), сохраняются также и интегралы угловых моментов ДЗ ( $\mathbf{L}_{1,2}$ ), шара-скопления с массой  $m_3$  ( $\mathbf{L}_3$ ) и тройной системы ( $\mathbf{L}_{1,2,3} = \mathbf{L}_{1,2} + \mathbf{L}_3$ ), имеющие стандартный вид (например, для движения относительно оси  $z$ ):

$$\sum_{i=1}^2 m_i (y_i \dot{x}_i - x_i \dot{y}_i) = const,$$

$$m_3 (y_3 \dot{x}_3 - x_3 \dot{y}_3) = const$$

и

$$\sum_{j=1}^3 m_j (y_j \dot{x}_j - x_j \dot{y}_j) = const$$

соответственно). Для движения массы  $m_3$  по любой из координат  $x, y, z$  также существует интеграл энергии, например,

$$\dot{x}_3^2 + (\gamma M / m_3) x_3^2 = C_3 = const,$$

что позволяет получить период движения массы  $m_3$  по  $x$ :

$$P_{x_3} = 2 \int_b^c \frac{dx_3}{\sqrt{C_3 - \gamma M x_3^2 / m_3}} = 2\pi \sqrt{\frac{m_3}{\gamma M}},$$

где координаты  $b$  и  $c$  точек остановки движения массы  $m_3$  по  $x$  равны  $\mp \sqrt{\frac{C_3 m_3}{\gamma M}}$  соответственно.

В работе Danilov and Seleznev (2020) по выборке 395 звезд с величинами  $m_G \leq 15^m$  в скоплении Плеяды была построена модель однородного шара с массой  $411 M_\odot$  (и радиусом, близким к 3.5 пк), параметры которой аппроксимируют по величине потенциальную энергию и степень нестационарности центральных областей скопления (см. уравнения (3) и (4) в Danilov and Seleznev (2020) и пояснения к ним). Корона скопления имеет бóльшую массу, но очень малую плотность по сравнению с плотностью группировки из 395 наиболее ярких и массивных звезд в Плеядах (плотность короны в ее пределах принята в работе Danilov and Seleznev (2020) постоянной). Так как «приливное» расстояние  $r_{1,2}$  между компонентами ДЗ в поле скопления определяется балансом сил, действующих в пределах сферы с радиусом скопления (см. ниже), влияние более протяженной сферической, согласно Danilov and Seleznev (2020), короны на оценку  $r_{1,2}$  мало, и его можно не учитывать. Добавление менее ярких звезд с величинами  $15^m < m_G < 16^m$  или  $15^m < m_G < 17^m$  к рассмотренной выборке звезд с  $m_G \leq 15^m$  лишь незначительно (в пределах погрешностей) увеличивает массу и приливный радиус скопления (из-за уменьшения средней массы звезд в выборках менее ярких звезд; см. раздел 4 и таблицу 1 в Danilov and Seleznev (2020)). Поэтому параметры модели скопления с массой  $411 M_\odot$  и радиусом 3.5 пк вполне характеризуют центральные области Плеяд. Используя такие параметры скопления, находим:  $P_{x_3} \simeq 30$  млн. лет. С таким

же периодом центр масс ДЗ движется относительно центра масс тройной системы в противофазе с центром шара-скопления (так как сумма левых частей уравнений движения (1) равна нулю, интеграл движения центра масс тройной системы существует и в принятой системе координат равен  $\sum_{j=1}^3 m_j \mathbf{r}_j = \mathbf{0}$ ).

Для вычисления сил, действующих в системе трех гравитирующих тел, воспользуемся разложением сил по Якоби (см. рис. 4, а также формулы (18)–(20) из книги Marchal (1990)). На рис. 1 нашей работы точками  $C$  и  $S$  обозначены расположенные на оси  $X$  центры масс тройной системы и ДЗ соответственно. Положения масс  $m_1$ ,  $m_2$ , центра масс тела  $m_3$  обозначены точками и буквами  $m_i$ . Согласно рис. 1,

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{1,2} &= \mathbf{r}_{S,2} - \mathbf{r}_{S,1}, \\ \mathbf{r}_{S,3} &= \mathbf{r}_{S,2} + \mathbf{r}_{2,3}, \\ \mathbf{r}_{S,3} &= \mathbf{r}_{S,1} + \mathbf{r}_{1,3}, \end{aligned} \quad (2)$$

и положение центра масс ДЗ определяется соотношением  $m_1 \mathbf{r}_{S,1} + m_2 \mathbf{r}_{S,2} = \mathbf{0}$  (как и в Marchal (1990), здесь и далее вектор, направленный от массы  $m_i$  к  $m_j$ , обозначается как  $\mathbf{r}_{i,j} = \overrightarrow{(m_i, m_j)} = \mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i$ ,  $r_{i,j}$  — модуль вектора  $\mathbf{r}_{i,j}$ ). Обозначим

$$\begin{aligned} \mu_1 &= m_1/(m_1 + m_2), \\ \mu_2 &= m_2/(m_1 + m_2), \end{aligned}$$

тогда

$$\mu_1 + \mu_2 = 1$$

и  $\mathbf{r}_{S,1} = -\mu_2 \mathbf{r}_{1,2}$ ,  $\mathbf{r}_{S,2} = \mu_1 \mathbf{r}_{1,2}$  — соотношения, из которых и из рис. 1 следуют формулы (19) в Marchal (1990):

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{2,3} &= \mathbf{R} - \mu_1 \mathbf{r}_{1,2}, \\ \mathbf{r}_{1,3} &= \mathbf{R} + \mu_2 \mathbf{r}_{1,2}, \end{aligned}$$

где  $\mathbf{R} = \mathbf{r}_{S,3}$ . Рассмотрим приращения вектора  $\mathbf{r}_{1,2}$  в виде  $d\mathbf{r}_{1,2} = d\mathbf{r}_{S,2} - d\mathbf{r}_{S,1}$  (см. также рис. 1). Так как

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{2,3} &= d\mathbf{r}_{S,2} + \mathbf{r}'_{2,3}, \\ \mathbf{r}_{3,1} + d\mathbf{r}_{S,1} &= \mathbf{r}'_{3,1}, \end{aligned}$$

то  $d\mathbf{r}_{S,2} = -d\mathbf{r}_{2,3}$ ,  $d\mathbf{r}_{S,1} = d\mathbf{r}_{3,1}$ . Дифференцируя соотношения (2), используя полученные формулы для  $d\mathbf{r}_{S,1}$  и  $d\mathbf{r}_{S,2}$ , находим:  $d\mathbf{R} = \mathbf{0}$  и, следовательно,  $\mathbf{R} = \text{const}$ . Поскольку

$$(m_1 + m_2)\mathbf{r}_{C,S} + m_3\mathbf{r}_{C,3} = \mathbf{0}$$

и

$$\mathbf{R} = \mathbf{r}_{C,3} - \mathbf{r}_{C,S}, \quad \mathbf{r}_3 = \mathbf{r}_{C,3},$$

то

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_{C,S} &= -m_3\mathbf{r}_3/(m_1 + m_2), \\ \mathbf{r}_3 &= (m_1 + m_2)\mathbf{R}/M, \end{aligned}$$

$$\mathbf{r}_3 = \text{const} \quad \text{и} \quad d\mathbf{r}_3 = \mathbf{0}.$$

Дифференцируя выражения для  $\mathbf{r}_{2,3}$  и  $\mathbf{r}_{1,3}$ , учитывая  $d\mathbf{r}_3 = d\mathbf{R} = \mathbf{0}$ , получим

$$d\mathbf{r}_1 = -\mu_2 d\mathbf{r}_{1,2} \quad \text{и} \quad d\mathbf{r}_2 = \mu_1 d\mathbf{r}_{1,2}.$$

Отметим, что

$$\partial \mathbf{r}_1 / \partial r_{1,2} = \mathbf{e}_{1,2} \partial \mathbf{r}_1 / \partial r_{1,2} = -\mu_2 \mathbf{e}_{1,2},$$

$$\partial \mathbf{r}_2 / \partial r_{1,2} = \mu_1 \mathbf{e}_{1,2},$$

где  $\mathbf{e}_{1,2}$  — постоянный единичный вектор, задающий направление вектора  $\mathbf{r}_{1,2}$  в системе координат  $(x, y, z)$  (см., например, (5.5-11) в Корн and Корн (1961) для производной по направлению от скалярной функции  $r^2 = x^2 + y^2 + z^2$ ). Выражение для  $\partial E_{1,2} / \partial r_{1,2}$  содержит слагаемое

$$m_1 \partial r_1^2 / \partial r_{1,2} = m_1 \partial (\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_1) / \partial r_{1,2} = -2m_1 \mu_2 (\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{e}_{1,2}).$$

Выполняя аналогичные вычисления производных  $\partial / \partial r_{1,2}$  от величин  $r_2^2$ ,  $r_3^2$  и  $E_{1,2}$ , находим

$$\partial E_{1,2} / \partial r_{1,2} = Gm_1 m_2 / r_{1,2}^2 + \gamma \mu_{1,2} (\mathbf{r}_{1,2} \cdot \mathbf{e}_{1,2}), \quad (3)$$

где  $\mu_{1,2} = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ ,  $(\mathbf{r}_{1,2} \cdot \mathbf{e}_{1,2}) = r_{1,2}$ .

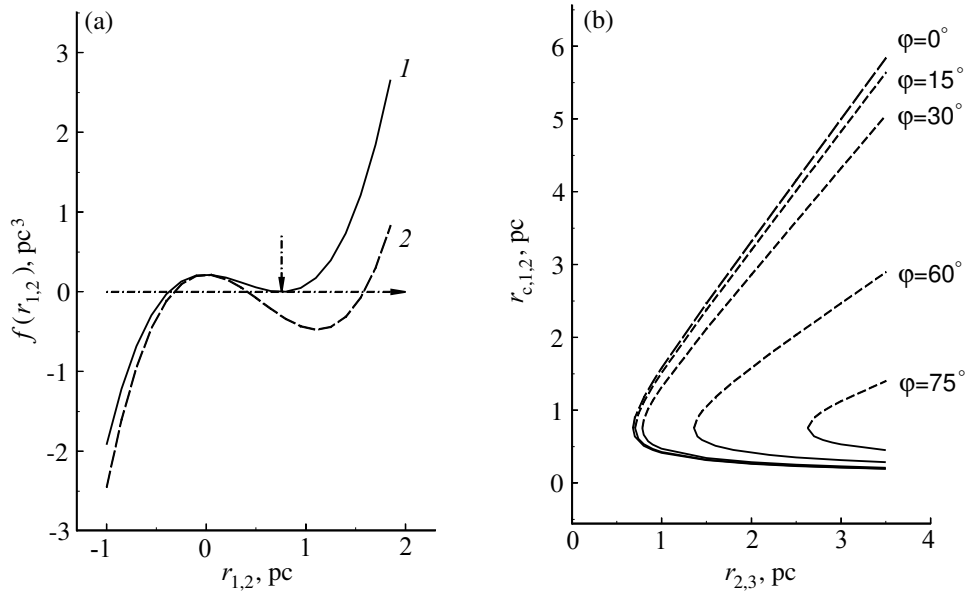
Рассмотрим равенство силы  $\mathbf{F}_{2,3}$  притяжения звезды с массой  $m_2$  к шару массы  $m_3$  и силы  $\partial E_{1,2} / \partial \mathbf{r}_{1,2}$  притяжения массы  $m_2$  к системе тел с массами  $m_1$  и  $m_3$  (учитывая как силу взаимного притяжения звезд с массами  $m_1$  и  $m_2$ , так и разницу величин силового поля шара в точках с координатами  $\mathbf{r}_1$  и  $\mathbf{r}_2$ ). Умножая скалярно  $\mathbf{F}_{2,3} = \partial E_{1,2} / \partial \mathbf{r}_{1,2}$  на  $\mathbf{e}_{1,2}$ , находим

$$m_2 \gamma r_{2,3} \cos(\varphi) = Gm_1 m_2 / r_{1,2}^2 + \gamma \mu_{1,2} r_{1,2}, \quad (4)$$

где  $\varphi$  — угол между положительными направлениями векторов  $\mathbf{F}_{2,3}$  и  $\mathbf{e}_{1,2}$ . Запишем уравнение (4) в виде

$$f(\xi) = \xi^3 - (r_{2,3} \cos(\varphi) / \mu_1) \xi^2 + a^3 / \mu_3 = 0,$$

где  $\xi = r_{1,2}$ ,  $\mu_3 = m_3 / (m_1 + m_2)$ . При  $\varphi \in [0; \pi/2]$  и  $r_{2,3} > r_{c,2,3}$  (см. ниже) это уравнение имеет три действительных корня, два из которых положительны (см. рис. 2b). При  $\varphi \in (\pi/2; \pi]$  уравнение имеет один действительный отрицательный корень и два комплексных. Положительные решения этого уравнения определяют критические



**Рис. 2.** (a) — зависимости  $f = f(\xi)$  для двух значений  $r_{2,3}$ , (b) — положительные корни уравнения  $f(\xi) = 0$  в зависимости от значений  $r_{2,3}$  и  $\varphi$ .

значения  $\xi_c = r_{c,1,2}$ , соответствующие обсуждаемому равенству сил, действующих на звезду с массой  $m_2$ . Частная производная по  $\xi$  от  $f(\xi)$  равна нулю в точках  $\xi_1 = 0$  и  $\xi_2 = 2r_{2,3} \cos(\varphi)/(3\mu_1)$ . Полагая  $f(\xi_2) = 0$ , находим критическое значение  $r_{2,3} = r_{c,2,3} = 3a\mu_1/[\cos(\varphi)(4\mu_3)^{1/3}]$ , при котором  $f(\xi) = 0$  в точке локального минимума, показанной на кривой 1 на рис. 2а вертикальной стрелкой. Горизонтальная стрелка соответствует значению  $f(\xi) = 0$ . Кривые 1 и 2 на рис. 2а получены для значений  $r_{2,3} = r_{c,2,3} \simeq 0.68$  пк и  $r_{2,3} = 1.0$  пк соответственно. Обе кривые на рис. 2а построены при  $\varphi = 0$ . Здесь и далее принято  $m_1 \simeq 1.246 M_\odot$ ,  $m_2 \simeq 0.834 M_\odot$ ,  $m_2/m_1 \simeq 0.67$  (см. среднее значение величины  $m_2/m_1$  для широких ДЗ в Плеядах, согласно Danilov (2021)). Подставляя  $r_{c,2,3}$  в  $\xi_2 = r_{c,1,2}$ , находим:  $r_{c,1,2} = a(2/\mu_3)^{1/3}$ . При любом значении  $r_{2,3}$  величина  $f(\xi_1) = a^3/\mu_3$ . Отрицательные значения  $\xi_c$  мы не рассматриваем, так как  $r_{1,2} > 0$ . Для рассмотренных значений  $a$  и  $m_3$  (параметров шара-скопления) находим  $\varphi \gtrsim 78^\circ 8'$  при  $r_{2,3} > a = 3.5$  пк. Поэтому даже на периферии шара скопления (в области с наибольшими значениями  $F_{2,3} = |\mathbf{F}_{2,3}|$ ) для ДЗ с величинами  $\varphi$ , близкими к  $\varphi = \pi/2$ , уравнение (4) не имеет положительных корней.

Таким образом, при  $r_{2,3} > r_{c,2,3}$  для широких ДЗ существуют два «приливных» расстояния  $r_{1,2}$  между ее компонентами, большее из которых в случае  $\varphi = 0$ , согласно рис. 2b, в данной модели

достигает 5–6 пк. Наибольший корень уравнения (4) обусловлен разницей величин силового поля шара-скопления в точках расположения звезд-компонентов ДЗ (согласно рис. 2b, силовое поле шара-скопления сильнее ограничивает величину  $r_{1,2}$  для ДЗ с  $\varphi$ , близкими к  $\varphi = \pi/2$ , на периферии шара). Широкие ДЗ, гравитационно не связанные взаимным притяжением компонентов, могут быть временно связаны силовым полем шара скопления. Поэтому компоненты даже достаточно широких ДЗ в Плеядах могут временно сохранять сопутствующее движение в скоплении (что и наблюдается в Плеядах, согласно данным Gaia DR2, использованным в работах Danilov (2021), Deacon and Kraus (2020)).

На расстояниях  $r_{2,3} < r_{c,2,3}$  от центра масс шара-скопления не существует корней уравнения (4), так как силовое поле шара здесь мало по сравнению с силой взаимного притяжения компонентов ДЗ. В этой области расстояний  $r_{2,3}$  от центра скопления гравитационная связанность широких ДЗ определяется соотношением между кинетической и потенциальной энергиями ДЗ при определенных ограничениях на интеграл энергии ДЗ (см. ниже).

В случае  $\varphi \in [\pi/2; \pi]$  координаты  $x_j$  ( $j=1, 2, 3$ ) связаны между собой соотношениями  $x_2 < x_1 < x_3$ , уравнение для  $f(\xi) = 0$  можно записать в виде

$$f(\xi) = \xi^3 + (r_{1,3} \cos(\varphi_1)/\mu_2)\xi^2 + a^3/\mu_3 = 0,$$

где  $\varphi_1$  — угол между положительными направлениями векторов  $\mathbf{r}_{1,2}$  и  $\mathbf{r}_{1,3}$ . Повторяя вычисления,

выполненные ранее (см. уравнение (4)), находим критическое значение

$$r_{1,3} = r_{c,1,3} = -3a\mu_2 / [(4\mu_3)^{1/3} \cos(\varphi_1)],$$

приводящее в случае  $y_j = 0$  ( $j = 1, 2, 3$ ), соответствующем величине  $\varphi_1 = \pi$ , к соотношению  $r_{c,1,3} = 3a\mu_2 / (4\mu_3)^{1/3}$  (для рассмотренной нами модели системы  $r_{c,1,3} \simeq 0.456$  пк, что меньше, чем  $r_{c,2,3}$  (см. выше)). Поэтому, если  $x_2 < x_1 < x_3$ , равенство сил, действующих на звезду с массой  $m_1$  со стороны остальных тел системы, достигается на меньших расстояниях от центра масс шара-скопления, чем в случае  $x_1 < x_2 < x_3$ . При  $\varphi_1 = \pi$  критическое значение  $r_{c,1,2} = a(2/\mu_3)^{1/3}$  (как и при использовании уравнения (4)).

Аналитические решения Кардано и тригонометрические решения уравнений типа  $f(\xi) = 0$  приведены в разделах 1.8-3, 1.8-4 Когн and Когн (1961), но выбор формул для  $\xi$  сильно зависит от соотношений между коэффициентами уравнений  $f(\xi) = 0$ . Выбор конкретных выражений для расчета величин  $\xi$  удобно контролировать с помощью численных решений уравнений  $f(\xi) = 0$  методом Ньютона и зависимостей  $f = f(\xi)$  (см. рис. 2а).

Рассмотрим движение центра масс ДЗ в тройной системе гравитирующих тел. Пусть  $m_{1,2} = m_1 + m_2$ ,  $\mathbf{r}_b$  — радиус-вектор центра масс ДЗ в системе координат с началом в центре масс тройной системы. Уравнения движения центра масс ДЗ и однородного шара имеют вид

$$\begin{cases} m_{1,2}\ddot{\mathbf{r}}_b = -\gamma m_{1,2}(\mathbf{r}_b - \mathbf{r}_3), \\ m_3\ddot{\mathbf{r}}_3 = -\gamma m_{1,2}(\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_b). \end{cases} \quad (5)$$

В рассматриваемой системе координат интеграл центра масс трех тел имеет вид  $m_{1,2}\mathbf{r}_b + m_3\mathbf{r}_3 = \mathbf{0}$  (см. равенство нулю суммы уравнений системы (5)). Используем этот интеграл для преобразования системы (5). Полученные выражения приводят к следующим интегралам энергии:

$$m_{1,2}[v_b^2 + \gamma(M/m_3)r_b^2]/2 = E_b = \text{const} \text{ и } E_3 = \text{const},$$

где  $v_b$  — модуль скорости движения центра масс ДЗ; выражение для  $2E_3$  приведено выше. Так как  $\Phi_3(r) = Gm_3(3 - (r/a)^2)/(2a)$ , где  $r$  — расстояние от центра шара,  $r \leq a$ , то для вычисления полных энергий ДЗ и центра масс ДЗ в тройной системе из интегралов  $E_{1,2}$  и  $E_b$  необходимо вычесть величину  $e_0 = 1.5\gamma m_{1,2}a^2$  (условия гравитационной связанности ДЗ и центра масс ДЗ имеют вид  $E_{1,2} - e_0 < 0$  и  $E_b - e_0 < 0$  соответственно). Выразим кинетическую энергию движения центра масс ДЗ из условия  $E_b - e_0 = 0$  и подставим ее вместо  $T_{1,2}$  в условие  $E_{1,2} - e_0 = 0$  (при этом постоянные  $e_0$  из выражений для  $E_{1,2}$  и  $E_b$  взаимно

сокращаются). После несложных преобразований, учитывая, что  $r_b = m_3r_3/m_{1,2}$  (согласно интегралу центра масс ДЗ), получим уравнение поверхности нулевых относительных скоростей компонентов ДЗ

$$r_{1,2} \left( \sum_{i=1}^2 m_i r_i^2 - \mu_3 m_3 r_3^2 \right) = 2 \frac{m_1 m_2 a^3}{m_3}, \quad (6)$$

где  $\mu_3 = m_3/m_{1,2}$ . Уравнение (6) и интеграл центра масс системы позволяют вычислить приливные значения  $r_{1,2} = r_{v,1,2}$  при известных величинах  $a$  и  $m_j$  ( $j = 1, 2, 3$ ), в том числе и для ДЗ, расположенных вблизи центра шара-скопления при малых  $r_{i,3} < r_{c,i,3}$  ( $i = 1, 2$ ) (см. ниже). Уравнение (6) выполняется также в том случае, если компоненты ДЗ образуют кинематическую группу звезд, не связанных между собой взаимным притяжением, но объединенных сопутствующим движением в регулярном поле шара-скопления.

Учитывая  $\sum_{j=1}^3 m_j \mathbf{r}_j = \mathbf{0}$  и  $\mathbf{r}_{1,2} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$ , находим  $\mathbf{r}_{1,2} = (\mathbf{r}_2 + \mu_3 \mathbf{r}_3)/\mu_1 = -(\mathbf{r}_1 + \mu_3 \mathbf{r}_3)/\mu_2$ . Следовательно,

$$\begin{aligned} r_{1,2} &= \sqrt{r_2^2 + (\mu_3 r_3)^2 + 2\mu_3 r_2 r_3 \cos(\psi)}/\mu_1 \\ &= \sqrt{r_1^2 + (\mu_3 r_3)^2 + 2\mu_3 r_1 r_3 \cos(\theta)}/\mu_2, \end{aligned}$$

где  $\psi$  и  $\theta$  — углы между положительными направлениями векторов  $\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3$  и  $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_3$  соответственно (из интеграла центра масс системы величина  $r_{1,2}$  однозначно определяется как векторами  $\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_3$ , так и векторами  $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_3$ ).

Рассмотрим случай:

$$y_j = 0 \quad (j = 1, 2, 3), \quad x_1 < x_2 < x_3, \quad m_1 > m_2.$$

Тогда

$$\varphi = 0, \quad \psi = \pi,$$

$$r_{2,3} = x_3 - x_2 = 3a\mu_1 / (4\mu_3)^{1/3},$$

$$r_{1,2} = x_2 - x_1 = (x_2 + \mu_3 x_3)/\mu_1,$$

$$x_1 = -(m_2 x_2 + m_3 x_3)/m_1$$

(согласно интегралу центра масс системы трех тел). Решая эту систему уравнений относительно величин  $x_j$ , находим

$$\begin{cases} x_1 = -a[2(m_2 + m_3) + 3m_3\mu_1]/\Lambda, \\ x_2 = a(2m_1 - 3m_3\mu_1)/\Lambda, \\ x_3 = a(2m_1 + 3m_{1,2}\mu_1)/\Lambda, \end{cases} \quad (7)$$

где  $\Lambda = M(4\mu_3)^{1/3}$ ,  $x_j = x_{0,j}$  — координаты центров масс трех тел при наименьшем значении  $r_{2,3} = r_{c,2,3}$ , при котором возможен баланс сил, действующих на звезду с массой  $m_2$  со стороны

остальных тел системы. В этом случае расстояние  $r_{1,2} = a(2/\mu_3)^{1/3} = r_{c,1,2} \simeq 0.757$  пк между компонентами ДЗ совпадает с приливным расстоянием  $r_{1,2} = r_{v,1,2}$  (при  $r_{2,3} = r_{c,2,3} = 3a\mu_1/(4\mu_3)^{1/3}$  (см. выше)). Сдвигая центр масс ДЗ вдоль оси  $X$  на величину  $\Delta x$ , получим новые координаты звезд:  $x_i = x_{0,i} - \Delta x$  и  $r_i$  ( $i = 1, 2$ ). При этом в противоположную сторону вдоль оси  $X$  смещается центр масс шара-скопления на величину, определяемую интегралом центра масс системы трех тел, что дает новые значения  $x_3$  и  $r_3$  ( $x_j$  — линейные функции величины  $\Delta x$ ,  $j = 1, 2, 3$ ). Величины  $x_2 = 0$  и  $x_3 = 0$  при  $\Delta x = x_{0,2}$  и  $\Delta x = -\mu_3 x_{0,3}$  соответственно. В случае  $\psi = \pi$  знаки  $x_2$  и  $x_3$  взаимно противоположны, что возможно при  $\Delta x > x_{0,2}$  (в области  $I$  значений  $\Delta x$ ) или при  $\Delta x < -\mu_3 x_{0,3}$  (в области  $II$  значений  $\Delta x$ ). В случае  $\psi = 0$  знаки  $x_2$  и  $x_3$  совпадают при  $-\mu_3 x_{0,3} < \Delta x < x_{0,2}$  (область  $III$  значений  $\Delta x$ ).

Решая уравнение  $r_{1,2} = |\mathbf{r}_2 + \mu_3 \mathbf{r}_3|/\mu_1$  относительно величины  $r_2$  при  $y_j = 0$  ( $j = 1, 2, 3$ ), подставляя  $r_2$  в (6), после несложных преобразований в случае  $\psi = \pi$  находим

$$\begin{cases} g(\xi) = \xi^3 + 2q \frac{m_3 r_3}{m_1} \xi^2 + \frac{(r_1^2 - \mu_3^2 r_3^2)}{\mu_1 \mu_2} \xi - 2 \frac{m_1 a^3}{m_3 \mu_1^2} = 0, \\ \xi = r_{1,2}, \\ r_2 = \mu_3 r_3 + q \mu_1 \xi, \\ q = 1 \quad \text{при } r_2 > \mu_3 r_3, \\ q = -1 \quad \text{при } r_2 < \mu_3 r_3. \end{cases} \quad (8)$$

При  $\psi = 0$  уравнение для величины  $\xi$  совпадает с  $g(\xi) = 0$  из (8) при  $q = -1$  и  $r_2 = \mu_1 \xi - \mu_3 r_3$  ( $r_2 > 0$  пределах области  $III$  значений  $\Delta x$ ).

В случае  $x_2 < x_1$  из уравнений (6) и  $r_{1,2} = |\mathbf{r}_1 + \mu_3 \mathbf{r}_3|/\mu_2$  после преобразований, аналогичных указанным для (8), при  $\theta = \pi$  можно получить

$$\begin{cases} g(\xi) = \xi^3 + 2q \frac{m_3 r_3}{m_2} \xi^2 + \frac{(r_2^2 - \mu_3^2 r_3^2)}{\mu_1 \mu_2} \xi - 2 \frac{m_2 a^3}{m_3 \mu_2^2} = 0, \\ r_1 = \mu_3 r_3 + q \mu_2 \xi, \\ q = 1 \quad \text{при } r_1 > \mu_3 r_3, \\ q = -1 \quad \text{при } r_1 < \mu_3 r_3. \end{cases} \quad (9)$$

При  $\theta = 0$  уравнение для величины  $\xi$  совпадает с  $g(\xi) = 0$  из (9) при  $q = -1$  и  $r_1 = \mu_2 \xi - \mu_3 r_3$ .

Группа соотношений (9) расширяет список возможных конфигураций трех гравитирующих тел для оценок величин  $r_{v,1,2}$  для ДЗ в силовом поле однородного шара-скопления.

При заданных значениях  $r_1$  и  $r_3$  из уравнения  $g(\xi) = 0$  из (8) находим

$$\begin{aligned} r_{1,2} &= r_{v,1,2} = |x_{v,2} - x_1| = x_{v,2} - x_1, \\ x_{v,2} &= r_{v,1,2} + x_1, \end{aligned}$$

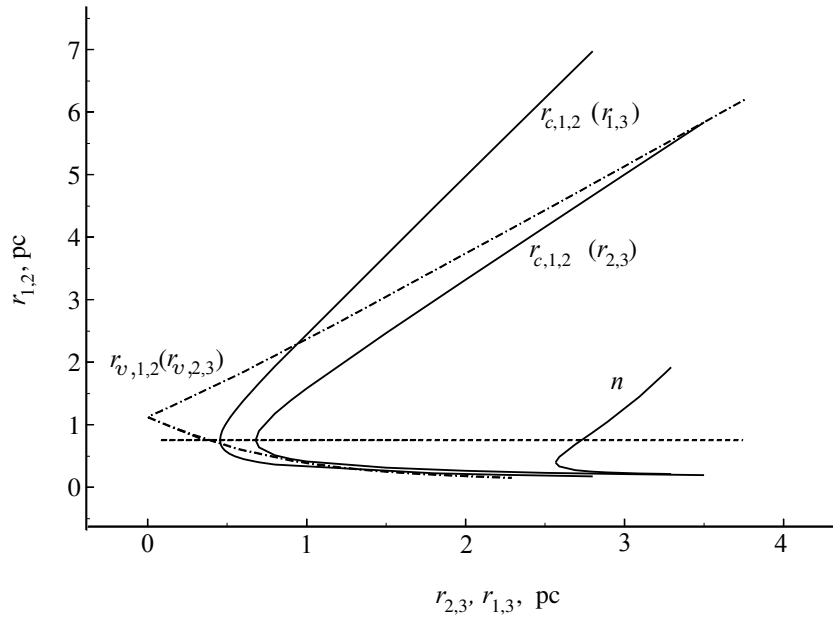
так как  $x_1 < x_2$  и  $x_1 < x_{v,2}$  в рассмотренных далее вариантах вычислений;  $r_{v,2,3} = |x_3 - x_{v,2}|$  (буква  $v$  в индексах величин  $x$  и  $r$  означает, что эти величины получены при использовании решения уравнения  $g(\xi) = 0$  из (8)).

На рис. 3 приведены зависимости от  $r_{2,3}$  и  $r_{1,3}$  положительных корней  $r_{c,1,2}$  уравнений  $f(\xi) = 0$  (в случаях  $\varphi = 0$  и  $\varphi_1 = \pi$ ) и положительных корней  $r_{v,1,2}$  уравнения  $g(\xi) = 0$  из (8). Корни уравнения  $g(\xi) = 0$  определялись численно методом Ньютона. В рассмотренных вариантах взаимного расположения трех гравитирующих тел число положительных корней уравнения  $g(\xi) = 0$  варьировалось от 1 до 3. Штрихпунктирная кривая  $r_{v,1,2}(r_{v,2,3})$  на рис. 3 определена на интервале  $0 \lesssim r_{v,2,3} \lesssim 3.75$  пк. Она формируется двумя корнями уравнения  $g(\xi) = 0$  из (8) при значениях  $\Delta x$  из области  $I$  и обусловлена соотношением между потенциальной и кинетической энергиями ДЗ при  $E_{1,2} - E_b = 0$ . Нижняя ветвь штрихпунктирной кривой на рис. 3 соответствует приливной величине  $r_{v,1,2} = r_{v,1,2,\min}$ , убывающей от  $r_{v,1,2} \simeq 1.15$  пк до  $r_{v,1,2} \simeq 0.15$  пк с увеличением  $r_{v,2,3}$  от 0 до 2.3 пк. Верхняя ветвь штрихпунктирной кривой на рис. 3 соответствует величинам  $r_{v,1,2} = r_{v,1,2,\max}$ , возрастающим от  $r_{v,1,2} \simeq 1.15$  пк до  $r_{v,1,2} \simeq 6.19$  пк с увеличением  $r_{v,2,3}$ .

Штриховая прямая линия на рис. 3 соответствует третьему корню уравнения  $g(\xi) = 0$  из (8), равному  $r_{v,1,2}(r_{v,2,3}) = a(2/\mu_3)^{1/3} \simeq 0.757$  пк. Такие значения  $r_{v,1,2}$  получаются при использовании величин  $\Delta x$  из всех рассмотренных областей значений  $\Delta x$  (в областях  $II$  и  $III$  величин  $\Delta x$  получается только такое значение  $r_{v,1,2}$ ). Эта величина не может быть оценкой приливного расстояния между компонентами широкой ДЗ для всех рассмотренных значений  $r_{v,2,3}$ , так как она сохраняется с увеличением  $r_{v,2,3}$  в поле силы шара-скопления, модуль которой возрастает с увеличением  $r_{v,2,3}$  (согласно формулам (7), (8), величина  $r_{1,2} = a(2/\mu_3)^{1/3}$  используется как коэффициент в одном из слагаемых в  $r_2$  при подстановке  $r_2$  в уравнение (6), поэтому величина  $r_{v,1,2} = a(2/\mu_3)^{1/3}$  и штриховая прямая линия на рис. 3 являются следствием методики вычислений величин  $r_{v,1,2}$ ).

При  $r_{2,3}, r_{1,3} \gtrsim 1.1-1.2$  пк нижние оценки величин  $r_{v,1,2}$  и  $r_{c,1,2}$  для широких ДЗ вполне согласуются между собой (см. рис. 3). Поэтому для таких





**Рис. 3.** Зависимости положительных корней  $r_{c,1,2}$  уравнений  $f(\xi) = 0$  от  $r_{2,3}$  и  $r_{1,3}$  (сплошные линии). Буквой  $n$  помечена зависимость величин  $r_{c,1,2}$  от  $r_{2,3}$  на периферии модели неоднородного скопления (см. раздел 4). Штрихпунктирной и штриховой линиями показаны зависимости положительных корней  $r_{v,1,2}$  уравнения  $g(\xi) = 0$  из (8) от  $r_{v,2,3}$ .

оценок вполне могут быть использованы результаты решений уравнений  $f(\xi) = 0$ , более простых, чем  $g(\xi) = 0$ .

Два населения широких ДЗ, выделенных в близких к Солнцу РЗС  $\alpha$  Персея, Плеяды и Ясли с учетом пространственно-кинематических данных о звездах-членах этих скоплений (см. рис. 6 из работы Deason and Kraus (2020)), вероятно, могут быть кандидатами в группы ДЗ, соответствующих условиям  $r_{1,2} \leq r_{v,1,2,\min}$  и  $r_{v,1,2,\min} < r_{1,2} < r_{v,1,2,\max}$  на рис. 3. Вместе с тем сообщение авторов работы Deason and Kraus (2020) о гравитационной связанности выделенных ими широких ДЗ и о незначительности «гравитационной обработки» скоплением этих ДЗ при их динамической эволюции далеко не всегда может быть верным, так как в качестве третьей компоненты скорости звезд-членов ДЗ и скопления в Deason and Kraus (2020) используется лишь величина, полученная из средней пространственной скорости движения скопления (не учитываются: «тепловая» дисперсия третьей компоненты скоростей звезд; влияние на ДЗ внешних силовых полей, в том числе и регулярного силового поля скопления; дисперсия скоростей, массы звезд и плотность массы скопления в окрестностях ДЗ; само условие гравитационной связанности ДЗ используется без учета влияния на ДЗ родительского скопления, связанной с ним области звездообразования, Галактики и т.д.).

Отметим, что периоды  $P$  кеплеровского кругового движения одиночных звезд (ОЗ) в широких ДЗ с  $r_{1,2} = 0.35\text{--}1.8$  пк (см. рис. 2b из Danilov (2021)) и средними массами ОЗ  $1 M_{\odot}$  в Плеядах составляют  $P = 0.5\text{--}55$  млн. лет. Согласно Mathieu (1985), достаточно широкие динамически активные ДЗ в Плеядах имеют периоды  $P \sim 10^4$  лет. Если периоды  $P$  в ДЗ значительно меньше характерных периодов обращения центров масс ДЗ относительно центра скопления  $P_{x_3} = 30$  млн. лет (см. выше), то величина  $\varphi$  в таких ДЗ достаточно быстро меняется со временем, и для них более приемлемой является нижняя оценка величины  $r_{c,1,2}$ , а при  $P \simeq P_{x_3}$  (или при  $P \gg P_{x_3}$ ), вероятно, более приемлемой оценкой величины  $r_{c,1,2}$  для подобных широких ДЗ можно считать ее верхнюю оценку.

### 3. МОДЕЛЬ СКОПЛЕНИЯ С ПЕРЕМЕННЫМ РАДИУСОМ

Пусть  $a = a(t)$ . В этом случае вывод интеграла энергии ДЗ приводит к уравнению

$$\frac{dE_{1,2}}{dt} = \dot{\gamma} \frac{I_{1,2,3}}{2}, \quad (10)$$

где  $\dot{\gamma} = \frac{d\gamma}{dt} = -3\gamma\dot{a}/a$ ,  $\dot{a} = \frac{da}{dt}$ ,  $I_{1,2,3} = \sum_{j=1}^3 m_j r_j^2$ , а  $E_{1,2} \neq \text{const}$ . Полагая в стадии сжатия скопления  $\dot{a} \simeq -2a/P_r$ , где  $P_r$  — период колебания радиуса шара-скопления, в качестве оценки величины

$\dot{E}_{1,2}$  находим  $\dot{E}_{1,2} = 3\gamma I_{1,2,3}/P_r$ . Время распада «изолированной» ДЗ (с  $E_{1,2} = -Gm_1m_2/r_{1,2}$ ) в результате ее «нагрева» переменным регулярным полем шара-скопления запишем в виде

$$t_d \simeq (Gm_1m_2/r_{1,2})/|\dot{E}_{1,2}| \\ = m_1m_2a^3P_r/(3m_3r_{1,2}I_{1,2,3}).$$

Согласно Danilov and Putkov (2012a), формулу для частоты  $\omega_h$  малых колебаний модели сферического однородного скопления звезд, движущегося в силовом поле Галактики по круговой орбите с угловой скоростью  $\omega$  относительно галактического центра, можно записать в виде

$$\omega_h = \sqrt{2q_0^2/3 + K},$$

где  $K = 2(4\omega^2 + q_0^2 - 9p^2/(2I_0^3/2)) / 3$ ,  $q_0^2 = \alpha_1 + \alpha_3 + 3\gamma$ ,  $\alpha_1, \alpha_3$  — постоянные, характеризующие силовое поле Галактики в окрестности круговой орбиты скопления (см. Chandrasekhar (1942)),  $p^2 = Gm_3(0.6m_3)^{3/2}$ ,  $I_0 = 0.6m_3a^2$  — момент инерции рассмотренной модели шара-скопления. Для модели изолированного скопления величины  $\omega = \alpha_1 = \alpha_3 = 0$ , а в случае неизолированного скопления величины  $\omega, \alpha_1, \alpha_3$  для РЗС из окрестностей Солнца (на расстоянии  $R_G = 8200$  пк от центра Галактики) были определены, согласно модели Kutuzov and Osipkov (1980) потенциала Галактики. Пусть  $\omega_{h,0} = \omega_h$  при  $\omega = \alpha_1 = \alpha_3 = 0$ . Для неизолированного скопления  $\omega_h > \omega_{h,0}$ . Так как  $P_r = 2\pi/\omega_h$ , то для рассмотренных здесь параметров однородного шара-скопления находим:  $P_r \simeq 30.135$  млн. лет при  $\omega = \alpha_1 = \alpha_3 = 0$  и  $P_r \simeq 27.457$  млн. лет для неизолированного РЗС. Соответствующие этим значениям  $P_r$  оценки величин  $t_d$  обозначим как  $t_{d,0}$  и  $t_{d,1}$  ( $t_{d,0} > t_{d,1}$ ).

Для оценки величин  $t_{d,0}$  и  $t_{d,1}$  рассмотрим случай  $y_i \neq 0$  ( $i = 1, 2$ ),  $y_3 = 0$ ,  $x_2 < x_1$ . Сдвигая центр масс ДЗ вдоль оси  $X$  (как и в предыдущем разделе (см. текст после формул (7))), для трех значений  $r_{1,2}$  получим набор значений  $r_j$  ( $j = 1, 2, 3$ ) и  $I_{1,2,3}$ . На рис. 4 приведены значения  $r_{1,2}$  и полученные для них зависимости величин  $r_1/a$  и  $r_2/a$  от среднего, взвешенного по массам звезд-компонентов ДЗ, расстояния этих звезд до центра масс тройной системы  $r_m = \mu_1r_1 + \mu_2r_2$ . Минимальные значения величин  $r_m$  на кривых  $r_i/a$  ( $i = 1, 2$ ) рис. 4б, 4с соответствуют  $x_b = 0$  (в этой точке центры масс ДЗ и тройной системы совпадают на оси  $X$  и меняются на ней местами при пересечении центром масс ДЗ этой точки вдоль оси  $X$ ).

Обозначим  $\varepsilon_{1,2} = E_{1,2} - E_b$ . Для широкой ДЗ при  $T_{1,2} - T_b = 0$  находим

$$\varepsilon_{1,2} = -\frac{Gm_1m_2}{r_{1,2}} + \frac{\gamma}{2} \left( \sum_{i=1}^2 m_i r_i^2 - \mu_3 m_3 r_3^2 \right), \quad (11)$$

где  $\varepsilon_{1,2} < 0$  при  $r_{1,2} < r_{v,1,2}$  (см. также уравнение (6), соответствующее условию  $\varepsilon_{1,2} = 0$ , и области ниже штрихпунктирной кривой на рис. 3). В этом случае время  $\tau_d$  распада неизолированной ДЗ следующее:  $\tau_d \simeq |\varepsilon_{1,2}/\dot{E}_{1,2}|$ . Величина  $\tau_d = 0$  при  $\varepsilon_{1,2} \geq 0$ , так как  $r_{1,2} \geq r_{v,1,2}$ , и ДЗ в этом случае не является гравитационно связанной. При  $\varepsilon_{1,2} > 0$  оценка  $\tau_d = \tau_{d,u} = |\varepsilon_{1,2}/\dot{E}_{1,2}|$  соответствует времени перехода широкой ДЗ в гравитационно связанное состояние для расширяющегося шара-скопления со средней скоростью  $|\dot{a}|$  (см. выше).

На рис. 5 приведены зависимости от  $r_m$  величин  $t_d$  и  $\tau_d$ , соответствующих полученным значениям  $r_j$  ( $j = 1, 2, 3$ ) и  $I_{1,2,3}$ . Рисунки 5а, 5б соответствуют ДЗ с  $\varepsilon_{1,2} < 0$ . Рисунок 5с соответствует ДЗ с  $\varepsilon_{1,2} > 0$ . Согласно рис. 5,  $t_d > \tau_d$  при одинаковых  $r_m$ , а величины  $t_d$  и  $\tau_d$  уменьшаются с увеличением  $r_{1,2}$  и  $r_m$ .

Для ДЗ с  $r_{1,2} = 0.2954$  пк при увеличении  $r_m$  от 0.14 пк до 0.84 пк время  $t_d$  распада ДЗ убывает от 74–81 млн. лет до 2.2–2.4 млн. лет, а величина  $\tau_d$  убывает от 69.3–76.1 млн. лет до 2.1–2.3 млн. лет. В случае ДЗ с  $r_{1,2} = 0.7006$  пк при увеличении  $r_m$  от 0.34 пк до 0.43–0.46 пк время  $t_d$  распада ДЗ убывает от 5.7–6.3 млн. лет до 2.1–2.3 млн. лет, а величина  $\tau_d$  убывает от 1.2–1.3 млн. лет до 0.4–0.5 млн. лет.

Для ДЗ с  $r_{1,2} = 0.8935$  пк время распада  $\tau_d = 0$ , так как  $\varepsilon_{1,2} > 0$ , а время  $\tau_{d,u}$  убывает от 1.8–2.0 млн. лет до 0.32–0.35 млн. лет при увеличении  $r_m$  от 0.42 пк до 1.0 пк.

Отметим, что время перехода широких ДЗ в связанное состояние при расширении скопления в нашей модели скопления достигает значений  $\tau_{d,u} \simeq 3.9$ –4.2 млн. лет при  $r_m = 0.67$  пк и  $r_{1,2} = 1.4$  пк;  $\tau_{d,u} \simeq 3.6$ –3.9 млн. лет при  $r_m = 0.79$  пк и  $r_{1,2} = 1.8$  пк.

Для ДЗ с  $r_{1,2} = 1.8$  пк и  $r_m = 0.77$  пк находим:  $t_{d,0} \simeq 0.41$  млн. лет и  $t_{d,1} \simeq 0.37$  млн. лет.

Время  $t_{d,p}$  распада гравитационно связанной «изолированной» ДЗ в результате ее возмущений точечными массами с заданными величинами этих масс и их пространственными концентрациями может быть получено по формуле (8.51) из Binney and Tringali (2008). Согласно Danilov (2021) и (8.51)

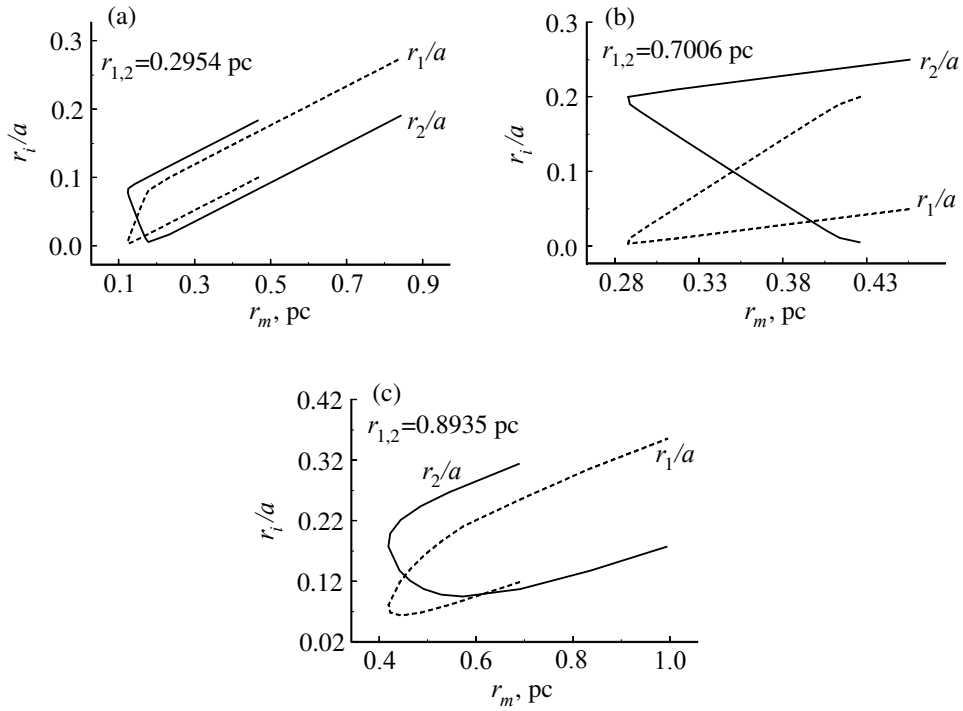


Рис. 4. Зависимости величин  $r_1/a$  и  $r_2/a$  от  $r_m = \mu_1 r_1 + \mu_2 r_2$  для трех значений  $r_{1,2}$ .

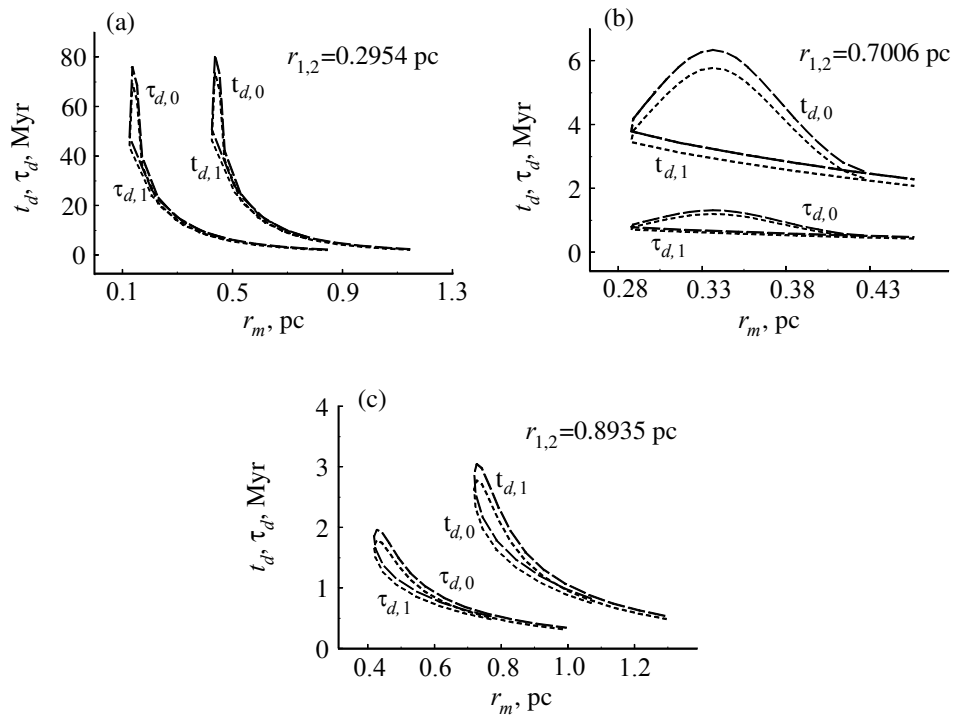


Рис. 5. Зависимости величин  $t_d$  и  $\tau_d$  от  $r_m$  для трех значений  $r_{1,2}$ . Графики зависимостей  $t_d$  от  $r_m$  на панелях (а), (с) сдвинуты вправо на 0.3 пк вдоль оси  $r_m$ .

из Binney and Tringali (2008), на расстояниях порядка 2 пк от центра скопления Плеяды время распада ДЗ с  $r_{1,2} \simeq 1.1\text{--}1.5$  пк в результате сближений с возмущающими массами  $m_p = (3\text{--}6)\bar{m}$ , имитирующими массы временно обособленных малых групп из 3–6 звезд, составляет  $t_{d,p} \simeq 2.2\text{--}3.6$  млн. лет; здесь  $\bar{m} = 1.04 \pm 0.21 M_\odot$  — средняя масса одиночной звезды в Плеядах, полученная в работе Danilov and Seleznev (2020), согласно выборке звезд со звездными величинами  $m_G \leq 15^m$ .

Отметим, что  $t_{d,p} > \tau_d$  при  $\varepsilon_{1,2} < 0$  и  $r_m \leq 2$  пк (см. также оценки величин  $\tau_d$  на рис. 5b, 5d);  $t_{d,p} > \tau_d = 0$  и для ДЗ с  $\varepsilon_{1,2} > 0$ . Поэтому влияние изменений регулярного поля скопления на распад широких ДЗ в Плеядах на расстояниях  $r_m \leq 2$  пк от центра скопления заметно больше, чем влияние сближений ДЗ с временно обособленными группами звезд (механизм распада ДЗ, отмеченный в работах Parker and Reggiani 2013, Parker et al. 2009; 2011). На наш взгляд, как широкие ДЗ, так и более протяженные временно обособленные группы звезд, заданные при  $t = 0$ , в численных экспериментах Parker and Reggiani (2013), Parker et al. (2009; 2011) разрушаются в ядре скопления в основном в результате воздействия на эти группы звезд регулярного поля сжимающегося скопления.

#### 4. МОДЕЛЬ НЕОДНОРОДНОГО ПО ПЛОТНОСТИ СКОПЛЕНИЯ

Пусть  $r_c$  — радиус однородной центральной части шара-скопления с плотностью  $\rho_n$ . Рассмотрим модель скопления с плотностью массы

$$\rho(r) = \begin{cases} \rho_n(r_c/r)^2, & a \geq r > r_c \\ \rho_n = const, & r \leq r_c \end{cases} \quad (12)$$

Масса  $M_n(a)$  скопления с таким распределением плотности и радиусом  $a$  равна

$$M_n(a) = \frac{4}{3}\pi\rho_n r_c^3 [1 + 3(a - r_c)/r_c].$$

Масса  $m_3$  однородного шара-скопления с плотностью  $\rho_0$  равна  $m_3 = \frac{4}{3}\pi\rho_0 a^3$ . Отметим, что  $\rho_0 < \rho_n$ . Обозначим  $\zeta = r_c/a$  и  $Q = \rho_0/\rho_n$ . Из условия  $m_3 = M_n(a)$  для величины  $\zeta$  выводим уравнение

$$\zeta^3 - \frac{3}{2}\zeta^2 + \frac{Q}{2} = 0.$$

Отметим некоторые действительные положительные корни этого уравнения, удовлетворяющие условию  $\zeta \in [0, 1]$ :  $\zeta \simeq 0.6367, 0.7129, 0.8042$  при  $Q = 0.7, 0.8, 0.9$  соответственно. Учитывая, что сила притяжения неоднородным скоплением в интервале расстояний  $r \in [r_c, a]$  от его центра

пропорциональна величине  $M_n(r)/r^2$ , запишем выражение  $\gamma_n(r) = \frac{\alpha_n}{r^3} + \frac{\beta_n}{r^2}$  для замены величин

$\gamma$  в уравнениях (1) и (5) (здесь  $\alpha_n = -m_3 \frac{2\zeta^3 G}{Q}$  и  $\beta_n = m_3 \frac{3\zeta^2 G}{aQ}$ ). Интегралы центра масс для систем (1) и (5) с коэффициентами  $\gamma = \gamma_n(r)$  имеют стандартный вид, а интегралы энергии могут быть записаны в следующем виде:

$$\begin{cases} E_{1,2,3} = T_{1,2,3} - \frac{Gm_1 m_2}{r_{1,2}} - \alpha_n \left( \frac{m_1}{r_{1,3}} + \frac{m_2}{r_{2,3}} \right) \\ + \beta_n [m_1 \ln(r_{1,3}) + m_2 \ln(r_{2,3})] = const, \\ E_{3,b} = T_{3,b} - m_{1,2} \left[ \frac{\alpha_n}{r_{3,b}} + \beta_n \ln(r_{3,b}) \right] = const, \end{cases} \quad (13)$$

где  $T_{1,2,3}$  и  $T_{3,b}$  — кинетические энергии рассмотренных в (1) и (5) систем с  $\gamma = \gamma_n(r_{i,3})$  при  $(i = 1, 2)$  и  $\gamma = \gamma_n(r_{b,3})$  соответственно;  $\mathbf{r}_{3,b} = \mathbf{r}_b - \mathbf{r}_3$ ,  $|\mathbf{r}_{3,b}| = r_{3,b} = r_3(1 + \mu_3)$ . Отметим, что  $\frac{\partial E_3}{\partial r_{1,2}} = \frac{\partial E_{3,b}}{\partial r_{1,2}} = 0$ , так как  $\frac{\partial r_3}{\partial r_{1,2}} = 0$  (см. выше рис. 1 и формулу для  $2E_3$ ). Из условия равенства вектора силы притяжения звезды с массой  $m_2$  к центру скопления и силы  $\frac{\partial E_{1,2,3}}{\partial \mathbf{r}_{1,2}}$ , аналогично (4), находим

$$\begin{aligned} m_2 \left( \frac{\alpha_n}{r_{2,3}^2} + \frac{\beta_n}{r_{2,3}} \right) \cos(\varphi) &= \frac{Gm_1 m_2}{r_{1,2}^2} \\ + \mu_{1,2} \left[ -\alpha_n \left( \frac{\cos(\varphi)}{r_{2,3}^2} - \frac{\cos(\varphi_1)}{r_{1,3}^2} \right) \right. \\ + \left. \beta_n \left( \frac{\cos(\varphi_1)}{r_{1,3}} - \frac{\cos(\varphi)}{r_{2,3}} \right) \right]. \end{aligned}$$

Отметим, что  $\varphi = \varphi_1 = 0$  и  $r_{1,3} = r_{1,2} + r_{2,3}$  при  $x_1 < x_2 < x_3$  и  $y_j = 0$  ( $j = 1, 2, 3$ ). В этом случае уравнение баланса рассмотренных сил, действующих на звезду с массой  $m_2$ , упрощается и может быть приведено к следующему виду:

$$\mathcal{F}(\xi) = \sum_{k=0}^4 A_k \xi^k = 0, \quad (14)$$

где  $A_0 = -\frac{Gm_1 m_2 r_{2,3}^4}{C_0}$ ,  $A_1 = -\frac{2Gm_1 m_2 r_{2,3}^3}{C_0}$ ,

$$A_2 = -r_{2,3}^2 \frac{(Gm_1 m_2 - r_{2,3}^2 p_0)}{C_0},$$

$$A_3 = \frac{2r_{2,3}(r_{2,3}^2 p_0 + \alpha_n \mu_{1,2}) - \beta_n \mu_{1,2} r_{2,3}^2}{C_0}, \quad A_4 = 1,$$

$$p_0 = m_2 \left( \frac{\alpha_n}{r_{2,3}^2} + \frac{\beta_n}{r_{2,3}} \right),$$

$$C_0 = \mu_{1,2}(\alpha_n - \beta_n r_{2,3}) + r_{2,3}^2 p_0, \quad \xi = r_{1,2}.$$

Результаты численного решения уравнения (14) при  $Q = 0.9$ ,  $\zeta = 0.8042$  и величинах  $m_j$ , указанных в разделе 2, приведены на рис. 3 (см. зависимость  $r_{c,1,2}$  от  $r_{2,3}$ , показанную сплошной линией, помеченной буквой  $n$ ). При  $r_{2,3} > 2.569$  пк уравнение (14) имеет два положительных корня (как и в случае однородной модели шара-скопления), но значения наибольшего «приливного» расстояния  $r_{c,1,2}$  между компонентами ДЗ в неоднородной модели скопления в несколько раз меньше, чем в однородной. В неоднородной модели при  $r \simeq 3.2\text{--}3.5$  (и  $Q = 0.7\text{--}0.8$ ) пк сила притяжения скопления к его центру убывает с удалением от него, что уменьшает степень «сжатия» ДЗ регулярным полем (на таких расстояниях  $r$  от центра распределенная масса скопления между компонентами ДЗ в неоднородной модели скопления меньше, чем в однородной). Если оба компонента ДЗ расположены в поле силы притяжения к центру скопления, убывающей с увеличением  $r$ , можно ожидать, что наибольшие оценки величин  $r_{c,1,2}$  и  $r_{v,1,2}$  приближаются к наименьшим при увеличении  $r$  на периферии реального скопления (см., например, рис. 2b при  $\varphi \rightarrow \pi/2$  в модели однородного скопления).

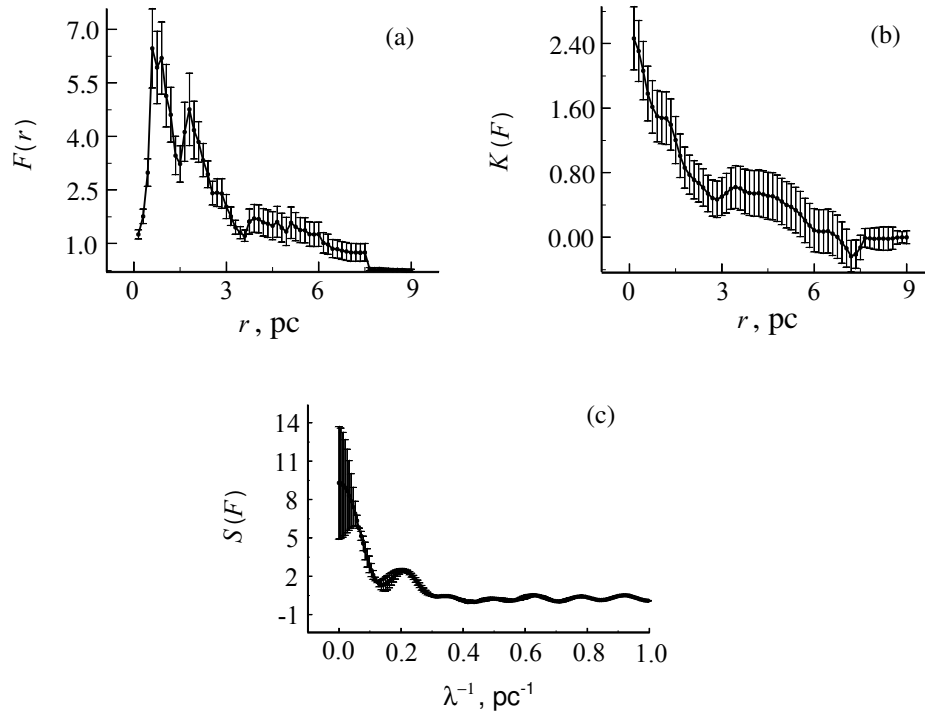
Так как  $Q < 1$  и  $\rho_n > \rho_0$ , в пределах однородного ядра модели (12) скопления сила притяжения к центру скопления возрастает с увеличением  $r$  быстрее, чем в полностью однородном скоплении. Поэтому с увеличением  $r$  в пределах однородного ядра скопления наибольшие значения  $r_{c,1,2}$  и  $r_{v,1,2}$  в неоднородной модели (12) скопления возрастают быстрее, чем в модели однородного скопления. Следовательно, в пределах однородного ядра модели (12) скопления влияние его регулярного поля на ДЗ больше, чем в полностью однородной модели скопления на таких же расстояниях  $r$  от центра скопления. Поэтому оценки времени  $\tau_d$  распада ДЗ под влиянием колебаний регулярного поля скопления, выполненные для расстояний  $r_m = 1\text{--}2$  пк  $< r_c \simeq 2.0\text{--}2.5$  пк в Плеядах (см. рис. 10b в Danilov and Seleznev 2020) с помощью однородной модели скопления, можно считать завышенными, а оценки величин  $\tau_d$  на периферии однородного скопления будут получаться заниженными в сравнении с оценками  $\tau_d$  в модели (12). Завышенные оценки величин  $\tau_d$ , полученные для

центральных областей однородной модели скопления, можно рассматривать как дополнительный аргумент в пользу вывода о доминирующей роли переменного регулярного поля скопления в распаде широких ДЗ в ядре Плеяд, сделанного в разделе 3 на основании сравнительных оценок величин  $t_{d,p}$  и  $\tau_d$ .

## 5. ФОРМИРОВАНИЕ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ГРУПП ЗВЕЗД В ПЛЕЯДАХ

Рассмотрим группу звезд, не связанных между собой гравитационно, но движущихся в скоплении и гравитационно связанных с ним. Такие группы легко формируются и распадаются при колебаниях размеров нестационарного скопления (см. выше оценки величин  $\tau_d$  и  $\tau_{d,u}$ ). Согласно Danilov (2021), малые группы звезд и малые кинематические группы звезд в скоплении состоят из  $n_{st}$  звезд окрестностей точки  $\mathbf{r}$ , близких между собой в трехмерном пространстве координат  $\mathbf{r}$  и в пространстве фазовых координат  $\mathbf{r}, \mathbf{v}$  соответственно (где  $\mathbf{r}$  — радиус-вектор в системе координат с началом в центре скопления, а  $\mathbf{v} = \dot{\mathbf{r}}$ ). Так как кинематическая группа создает уплотнение в фазовом пространстве, то области с повышенной пятимерной крупнозернистой фазовой плотностью  $F = 3n_{st}/(4\pi^2 r_m^3 v_m^2)$  в скоплении указывают на существование кинематической группы в окрестностях точки  $\mathbf{r}$  (здесь  $r_m$  и  $v_m$  — радиусы такой группы звезд в пространстве величин  $\mathbf{r}$  и  $\mathbf{v}$  соответственно). Действительно, если  $n_{st}$  звезд из окрестностей точки  $\mathbf{r}$  образуют кинематическую группу (с совместным движением звезд), то величины  $v_m$  и дисперсии скоростей  $\sigma_v^2$  звезд в этой группе будут малы, а величина  $F$  велика по сравнению с величиной  $F$  для обычной малой группы звезд, содержащей звезды из нескольких кинематических групп, движущихся в разные стороны. Методика вычисления величин  $r_m$ ,  $v_m$  и ряда других параметров для групп звезд на разных расстояниях  $r = |\mathbf{r}|$  от центра скопления подробно описана в работах Danilov (2021), Danilov and Putkov (2017). Зависимости от  $r$  величин  $v_m^2$  и  $\sigma_v^2$  для рассмотренной здесь выборки звезд Плеяд со звездными величинами  $m_G \leq 15^m$  в значительной степени подобны между собой:  $v_m^2(r) \simeq (1.37 \pm 0.10)\sigma_v^2(r)$  при  $n_{st} = 3$ ,  $v_m^2(r) \simeq (1.72 \pm 0.10)\sigma_v^2(r)$  при  $n_{st} = 4$ .

На рис. 6, 7 приведены зависимости величин  $F$  от  $r$  в Плеядах при значениях  $n_{st} = 3, 4$ , полученные по данным Gaia DR2 для 395 звезд с звездными величинами  $m_G \leq 15^m$  (см. выборку II звезд-членов скопления из работы Danilov and Seleznev (2020)). На рис. 6, 7 также приведены автокорреляционные функции  $K = K(r)$  для зависимостей  $F = F(r)$ . Отметим, что функции  $K = K(r)$  для



**Рис. 6.** (a), (b) — зависимости от расстояния  $r$  до центра скопления Плеяды значений пятимерной фазовой плотности  $F$  скопления и ее автокорреляционной функции  $K(F)$ , полученной по малым группам звезд при  $n_{\text{st}} = 3$ ; (c) — спектр  $S(F)$  волновых чисел  $\lambda^{-1}$  колебаний значений автокорреляционной функции  $K(F)$  для зависимостей  $F = F(r)$ . Величины  $F$ ,  $K(F)$ ,  $S(F)$  приведены в  $\text{пк}^{-5}$  млн. лет<sup>2</sup>,  $\text{пк}^{-10}$  млн. лет<sup>4</sup>,  $\text{пк}^{-9}$  млн. лет<sup>4</sup> соответственно.

случаев  $n_{\text{st}} = 5, 6$  имеют вид, близкий к указанному для функции  $K = K(r)$  на рис. 7. Также на рис. 6, 7 приведены спектры  $S(K(r))$  волновых чисел  $\lambda^{-1}$  колебаний значений  $F(r)$  в группах звезд при возрастании  $r$  (здесь  $\lambda$  — длина волны колебаний значений  $F$ ). Спектры получены при использовании преобразования Фурье функций  $K = K(r)$  (методика вычисления спектров и функций  $K = K(r)$  подробно описана Anderson (1971), Danilov and Putkov (2017)).

При  $n_{\text{st}} = 3$  локальный максимум зависимости  $F(r)$  вблизи  $r \simeq 1$  пк на рис. 6а в основном сформирован малыми группами звезд с достаточно большими дисперсиями скоростей  $\sigma_v^2$  звезд в этих группах (см. рис. 7с в Danilov (2021)). При сжатии скопления вблизи его центра формируется область с большим числом встречных движений звезд (см. в Danilov (2021) оценки скорости сжатия скопления в этой области, а также рис. 3 в Danilov and Ryazanov (1985), иллюстрирующий эволюцию формы области фазового пространства, занятой звездами скопления в стадии его сжатия). Локальный максимум зависимости  $F(r)$  вблизи  $r \simeq 2$  пк образован в основном малыми кинематическими группами, так как ему соответствует наиболее глубокий локальный минимум значений  $\sigma_v^2$  на рис. 7с

в Danilov (2021) вблизи  $r \simeq 2$  пк. Уменьшение значений  $F(r)$  с возрастанием  $r$  от 2 до 4.0–4.5 пк на рис. 6а обусловлено как падением пространственной плотности числа звезд в скоплении (см. кривую  $II$  на рис. 10b в Danilov and Seleznev (2020)), так и увеличением  $\sigma_v^2$  в этой области значений  $r$  (см. рис. 7с, 7d в Danilov (2021)). Отмеченное Danilov (2021) приблизительное постоянство величин  $\sigma_v^2$  при  $r \geq 4.5$  пк слабо влияет на форму зависимости  $F(r)$  в этой области. Основной вклад в уменьшение  $F(r)$  с ростом  $r$  в этой области вносит падение пространственной плотности числа звезд. В этой области значений  $r$  времена распада  $\tau_d$  широких ДЗ (и кинематических групп звезд) при сжатии скопления малы или равны нулю (см. выше) (т.к. масса скопления внутри сферы радиуса  $r$  и модуль силы регулярного потенциала скопления при таких  $r$  уже велики), а преимущественный распад этих групп звезд происходит в направлении, перпендикулярном направлению на центр скопления. Такой направленный распад вполне может быть одной из причин коррелированности движений звезд-членов таких групп и значений  $F(r)$  (см. рис. 6b). Еще одной причиной увеличения корреляций  $K = K(r)$  в области  $r \in (3, 6)$  пк может быть хорошо известная (Angeletti and Giannone 1983, Angeletti et al. 1983, Jefferys 1976, Keenan

1981a; b, Keenan et al. 1973) неустойчивость траекторий звезд с «прямым» («prograde») движением в поле сил скопления и Галактики. В работе Danilov and Seleznev (2020) отмечено «прямое» вращение ядра скопления Плеяды в Галактике. Такая возможность увеличения корреляций в движениях звезд (и, следовательно, в значениях  $F(r)$ ) уже была отмечена в работе Danilov (2021). Область с повышенными значениями корреляций  $K(F(r))$  и спектральной мощности  $S(F)$  в интервале значений  $\lambda \in (3.1, 6.7)$  пк с локальным максимумом вблизи  $\lambda \simeq 5$  пк хорошо заметна на рис. 6с.

В работе Danilov (2005) были исследованы частоты собственных колебаний движения звезды в суммарном поле сил регулярного потенциала нестационарного скопления и Галактики. При сравнении этих частот с частотами движения звезд по их траекториям в численной модели нестационарного скопления в работах Danilov (2005), Danilov and Leskov (2005) были выделены несколько основных резонансов в движении звезд. Частоты этих движений оказались близки (или даже соизмеримы) с частотой колебаний регулярного поля скопления. Danilov (2005), Danilov and Leskov (2005) было отмечено формирование на периферии скопления небольших групп траекторий звезд на этих частотах (по 6–15 звезд в группе для численной модели нестационарного скопления). Согласно Danilov (2005), Danilov and Leskov (2005), в системе с такими частотами движения звезд формируется соответствующий им набор интервалов расстояний от центра скопления, движение в которых для звезд на периферии скопления становится предпочтительным при наличии колебаний регулярного поля скопления. Согласно Danilov (2005), Danilov and Leskov (2005), вероятной причиной формирования таких групп траекторий является эффект «затягивания», или «сдвига частот», при синхронизации колебаний (на некоторых частотах наблюдается синхронное движение групп звезд (с одинаковой частотой) по их траекториям; см. также Rabinovich and Trubetskov (2000, с. 348) для автоколебательных систем с большим числом степеней свободы).

Таким образом, заметное на рис. 6 повышение значений  $F(r)$ ,  $K(F(r))$  и  $S(F)$  в интервале  $r \in (3; 6)$  пк в Плеядах при наличии колебаний регулярного поля скопления вполне может быть вызвано более активным формированием кинематических групп звезд в этом интервале, чем в соседних интервалах значений  $r$ , так как повышенные значения  $F(r)$  в этом интервале значений  $r$  обусловлены в основном пространственной плотностью числа звезд в скоплении (см. промежуточную зону повышенной плотности между ядром и

внешними областями скопления — кривые  $II$  на рис. 10a, 10b в работе Danilov and Seleznev (2020)).

Отметим, что локальные минимумы на зависимости  $F(r)$  вблизи значений  $r \simeq 1.5$  пк и  $r \simeq 3.5$  пк на рис. 6a, 7a вполне могут быть обусловлены формированием при сжатии скопления области с дефицитом звезд промежуточных энергий (и с нулевой фазовой плотностью) в фазовом пространстве вблизи значений  $r = 0$ . Это приводит к соответствующему уменьшению пространственной плотности  $\rho$  числа звезд вблизи центра скопления и к появлению на зависимости  $\rho = \rho(r)$  волны разрежения, которая в процессе динамической эволюции скопления распространяется от его центра на периферию (см. рис. 2, 3 и 4b из работы Danilov and Ryazanov (1985), построенные по результатам численного решения бесстолкновительного уравнения Больцмана для сферической изолированной системы звезд). Дальнейшая эволюция нестационарного скопления происходит с периодическим движением области с нулевой фазовой плотностью внутри фазовой области, занимаемой звездами скопления (Danilov and Ryazanov 1985). В результате этого в его ядре примерно 1 раз за время пересечения звездой системы формируется малое возмущение плотности  $\delta\rho$ , которое затем сносится потоком звезд на периферию скопления.

На рис. 7a при  $n_{st} = 4$  также хорошо заметны кинематические группы звезд вблизи значений  $r = 2$  пк и  $r = 4$  пк. Величина  $K(F)$  на рис. 7b монотонно убывает с увеличением  $r$ , обнаруживая уменьшение корреляций между значениями  $F$  в точках  $r$ , расположенных на оси  $r$  на взаимном расстоянии  $\Delta r = r$ . На рис. 7c приведен лишь фрагмент спектра, так как при  $\lambda^{-1} < 0.254$  пк $^{-1}$  величина  $S(F)$  монотонно убывает с увеличением  $\lambda^{-1}$ , а при  $\lambda^{-1} > 1$  пк $^{-1}$  величины  $S(F)$  уже малы в сравнении с их погрешностями. На рис. 7с в областях с меньшими погрешностями величин  $S(F)$  можно заметить две (кинематические?) группы звезд вблизи значений  $\lambda_1 \simeq 2.26$  пк и  $\lambda_2 \simeq 1.75$  пк. Величина  $\lambda$  соответствует ширине  $\Delta r$  области значений  $r$ , в которой расположены группы из  $n_{st}$  звезд с повышенными значениями  $F$ . Действительно, вблизи значений  $r \simeq 2$  пк на рис. 7с, 7d из работы Danilov (2021) достигаются минимальные значения  $\sigma_v^2$  для групп звезд с  $n_{st} = 3, 6$ , а при  $r = \lambda_1, \lambda_2$  величины  $\sigma_v^2$  все еще достаточно малы на рис. 7с, 7d в Danilov (2021). Однако большие погрешности величин  $S(F)$  при  $n_{st} \geq 4$  затрудняют классификацию этих групп в нашей работе.

Отмеченные в нашей работе кинематические группы звезд (по данным о локальных максимумах значений  $F(r)$ ,  $S(F)$  на рис. 6, 7 и области повышенных значений  $K(F)$  на рис. 6) являются

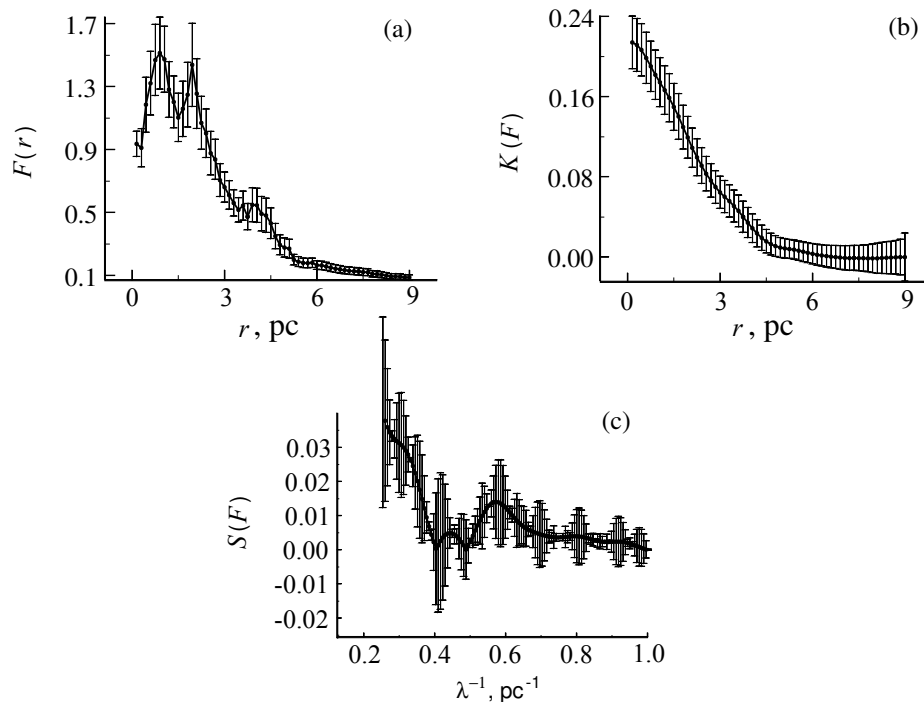


Рис. 7. То же, что на рис. 6, при  $n_{st} = 4$ .

характерным признаком (индикатором) нестационарности Плеяд в поле регулярных сил (Danilov 2005; 2021, Danilov and Ryazanov 1985). Наличие таких значительных локальных уплотнений и разрежений в распределениях плотности (см. рис. 3 и рис. 10 в Danilov and Seleznev (2020)) и фазовой плотности (см. рис. 6а и рис. 7а в данной работе) — молодых в динамическом отношении образований в Плеядах — указывает на то, что релаксация к равновесному состоянию под действием регулярных и иррегулярных сил в Плеядах не произошла.

## 6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. В работе выполнен анализ оценок параметров широких ДЗ в РЗС Плеяды, полученных Danilov (2021) по данным Gaia DR2. Для этого использовалась модель гравитирующей системы, состоящей из двух звезд, связанных в суммарном поле сил этих звезд и однородного гравитирующего шара, имитирующего центральные части звездного скопления. Записаны уравнения движения компонентов такой тройной системы, получены интегралы движения ДЗ и центра масс шара-скопления. Период движения центра масс шара-скопления в такой системе составляет порядка 30 млн. лет. Интеграл энергии ДЗ использован для записи уравнений баланса сил, действующих на каждую одиночную звезду (ОЗ) в такой системе. Получены решения этих уравнений для ряда углов между направлениями от исследуемой ОЗ на другую звезду и на центр

масс шара-скопления. Показано существование двух «приливных» расстояний  $r_{c,1,2}$  между компонентами ДЗ для расстояний  $r_{i,3}$  ( $i = 1, 2$ ) исследуемой ОЗ от центра шара-скопления, большего некоторого критического. Меньшее ( $r_{c,1,2,\min}$ ) из «приливных» расстояний убывает с увеличением  $r_{i,3}$  ( $i = 1, 2$ ), так как сила притяжения к центру однородного шара-скопления в его пределах возрастает с удалением от его центра. Бóльшее ( $r_{c,1,2,\max}$ ) из «приливных» расстояний обусловлено разницей величин силового поля шара-скопления в точках расположения звезд-компонентов ДЗ и возрастает с увеличением  $r_{i,3}$  ( $i = 1, 2$ ) (см. рис. 2b). Область значений  $r_{c,1,2,\min} < r_{1,2} < r_{c,1,2,\max}$  для широких ДЗ не замкнута на рис. 2b. Поэтому распад ДЗ в этой области может проходить в основном в направлении, перпендикулярном направлению на центр шара-скопления. Так как орбитальные периоды  $P$  компонентов ДЗ в таких широких парах звезд очень велики (см. раздел 2), то изменения углов  $\varphi$  и  $\varphi_1$ , характеризующих ориентацию вектора  $\mathbf{r}_{1,2}$  относительно направления на центр скопления, а также и распады ДЗ, будут происходить достаточно медленно (на промежутках времени порядка орбитального периода ДЗ в скоплении). Поэтому достаточно много широких ДЗ наблюдается в скоплениях Плеяды, Ясли и  $\alpha$  Персея (Danilov 2021, Deacon and Kraus 2020).

2. Записаны уравнения движения центров масс ДЗ и однородного шара-скопления в суммарном



поле сил системы. Получены интегралы центра масс ДЗ и энергии его движения в силовом поле однородного шара-скопления. Записано уравнение (6) поверхности нулевых относительных скоростей движения звезд-компонентов ДЗ с использованием интегралов энергии ДЗ и энергии движения центра масс ДЗ в силовом поле шара-скопления. С использованием уравнения (6) и интеграла центра масс системы записаны уравнения (8)–(9) для оценки приливных расстояний  $r_{v,1,2}$  между компонентами ДЗ. Получены численные решения уравнения (8) для величин  $r_{v,1,2}$  в том случае, когда ОЗ и центр масс шара-скопления находятся на одной прямой. Определены два решения для величин  $r_{v,1,2}$ . Бóльшее из них ( $r_{v,1,2,\max}$ ) возрастает, а мéньшее ( $r_{v,1,2,\min}$ ) убывает с увеличением расстояния от ДЗ до центра скопления. Величина  $r_{v,1,2,\min}$  при  $r_{2,3} \gtrsim 1.1\text{--}1.2$  пк вполне согласуется с оценками величины  $r_{c,1,2,\min}$  (см. рис. 3), что позволяет использовать  $r_{c,1,2,\min}$  для оценок  $r_{v,1,2,\min}$  на промежуточных и больших расстояниях от ДЗ до центра скопления путем решения уравнений  $f(\xi) = 0$ , более простых, чем  $g(\xi) = 0$ .

3. Записано уравнение изменения энергии широкой ДЗ в поле нестационарного однородного шара-скопления. Получены оценки времени  $t_d$  и  $\tau_d$  распада ДЗ с начальными энергиями связи, соответствующими изолированной и движущейся неизолированной ДЗ с нулевыми относительными скоростями ее компонентов соответственно. Показано, что величины  $t_d$  и  $\tau_d$  уменьшаются с увеличением расстояния  $r_m$  от ДЗ до центра шара-скопления и  $t_d > \tau_d$  для каждого значения  $r_m$  в пределах скопления. Согласно формуле (8.51) из Binney and Tringali (2008), получены оценки времени  $t_{d,p}$  распада ДЗ в результате ее возмущений точечными массами с заданными величинами этих масс и их пространственными концентрациями. Показано, что  $t_{d,p} > \tau_d$ , поэтому распад широких ДЗ в Плеядах в большей степени обусловлен изменениями регулярного силового поля в сжимающемся скоплении, чем сближениями ДЗ с временно обособленными группами звезд (в отличие от указанного в работах Parker and Reggiani (2013), Parker et al. (2009; 2011) механизма распада ДЗ в очень молодом скоплении ОНС, связанном с Туманностью Ориона).

4. Выполнены оценки «приливных» расстояний  $r_{c,1,2}$  между компонентами ДЗ в модели скопления с убывающей за пределами однородного ядра плотностью при увеличении расстояния  $r$  от центра скопления. Показано, что в модели неоднородного скопления за пределами его ядра для расстояний ДЗ от центра скопления, бóльших некоторого критического, также существуют два решения для величины  $r_{c,1,2}$ , причем наибольшая ( $r_{c,1,2,\max}$ ) из

них в несколько раз меньше величины  $r_{c,1,2,\max}$  в однородной по плотности модели скопления.

5. В рамках корреляционного и спектрального анализа данных Gaia DR2 (Brown et al. 2018, Prusti et al. 2016) о координатах и собственных движениях звезд-членов скопления с звездными величинами  $m_G \leq 15^m$  в области радиусом  $2.5$  относительно центра скопления на небесной сфере получены оценки расстояний кинематических групп звезд от центра скопления в Плеядах (звезды-члены скопления выделены в работе Danilov and Seleznev (2020)). Состоящие из трех звезд кинематические группы расположены в основном на расстояниях  $r \simeq 1.5\text{--}2.4$  пк и  $r \simeq 3.1\text{--}6.7$  пк от центра скопления. Кинематические группы из четырех звезд в Плеядах расположены вблизи расстояний  $r \simeq 2$  пк и  $r \simeq 4$  пк от центра скопления. Обсуждаются возможные механизмы формирования таких групп в Плеядах. Наличие кинематических групп звезд в Плеядах является характерным признаком нестационарности этого скопления в поле регулярных сил.

#### ФИНАНСИРОВАНИЕ

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации, тема № FEUZ-2020-0030. Часть работ проведена при финансовой поддержке постановления № 211 Правительства Российской Федерации, контракт № 02.A03.21.0006.

#### КОНФЛИКТ ИНТЕРЕСОВ

Автор заявляет об отсутствии конфликта интересов.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. S. J. Aarseth, *Astrophys. and Space Sci.* **13**, 324 (1971).
2. T. W. Anderson, *The Statistical Analysis of Time Series* (Wiley and Sons, New York, London, Sydney, Toronto, 1971).
3. L. Angeletti and P. Giannone, *Astron. and Astrophys.* **121**, 188 (1983).
4. L. Angeletti, R. Capuzzo-Dolcetta, and P. Giannone, *Astron. and Astrophys.* **121**, 183 (1983).
5. J. Binney and S. Tringali, *Galactic Dynamics*, 2nd ed. (Princeton Univ. Press, Princeton, 2008).
6. A. G. A. Brown et al. (Gaia Collab.), *Astron. and Astrophys.* **616**, id. A1 (2018).
7. J. A. Caballero, I. Novalbos, T. Tobal, and F. X. Miret, *Astronomische Nachrichten* **339**, 60 (2018).
8. S. Chandrasekhar, *Principles of Stellar Dynamics* (Univ. Chicago Press, Chicago, 1942).
9. V. M. Danilov, *Astrofizika* **13**, 685 (1977).

10. V. M. Danilov, *Astronomy Reports* **49**, 604 (2005).
11. V. M. Danilov, *Astrophysical Bulletin* **76**, 55 (2021).
12. V. M. Danilov and O. A. Chernova, *Astronomy Reports* **52**, 27 (2008).
13. V. M. Danilov and E. V. Leskov, *Astronomy Reports* **49**, 190 (2005).
14. V. M. Danilov and S. I. Putkov, *Astronomy Reports* **56**, 609 (2012a).
15. V. M. Danilov and S. I. Putkov, *Astronomy Reports* **56**, 623 (2012b).
16. V. M. Danilov and S. I. Putkov, *Astrophysical Bulletin* **72**, 266 (2017).
17. В. М. Данилов, А. П. Рязанов, *Астрономо-геодезические исследования: Сб. науч. тр. (УрГУ, Свердловск, 1985)*, сс. 19–47 [in Russian].
18. V. M. Danilov and A. F. Seleznev, *Astrophysical Bulletin* **75**, 407 (2020).
19. N. R. Deacon and A. L. Kraus, *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* **496**, 5176 (2020).
20. G. Duchêne and A. Kraus, *Annual Rev. Astron. Astrophys.* **51**, 269 (2013).
21. D. C. Heggie, *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* **173**, 729 (1975).
22. J. G. Hills, *Astron. J.* **80**, 809 (1975).
23. W. H. Jefferys, *Astron. J.* **81**, 983 (1976).
24. T. Jerabkova, G. Beccari, H. M. J. Boffin, et al. *Astron. and Astrophys.* **627**, id. A57 (2019).
25. D. W. Keenan, *Astron. and Astrophys.* **95**, 334 (1981a).
26. D. W. Keenan, *Astron. and Astrophys.* **95**, 340 (1981b).
27. D. W. Keenan, K. A. Innanen, and F. C. House, *Astron. and Astrophys.* **78**, 173 (1973).
28. I. R. King, *Astron. J.* **67**, 471 (1962).
29. G. A. Korn and T. M. Korn, *Mathematical Handbook for Scientists and Engineers* (McGRAW-Hill Book Company, Inc., New York, Toronto, London, 1961).
30. S. A. Kutuzov and L. P. Osipkov, *Sov. Astron.* **24**, 17 (1980).
31. N. Lodieu, R. L. Smart, A. Pérez-Garrido, and R. Silvotti, *Astron. and Astrophys.* **623**, id. A35 (2019).
32. N. Lodieu, M. R. Zapatero Osorio, R. Rebolo, et al., *Astron. and Astrophys.* **505**, 1115 (2009).
33. D. Lynden-Bell, *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* **136**, 101 (1967).
34. C. Marchal, *The three-body problem* (Elsevier, Amsterdam, 1990).
35. R. D. Mathieu, *IAU Symp.* **113**, 427 (1985).
36. R. J. Parker and M. Reggiani, *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* **432**, 2378 (2013).
37. R. J. Parker, S. P. Goodwin, P. Kroupa, and M. B. N. Kouwenhoven, *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* **397**, 1577 (2009).
38. R. J. Parker, S. P. Goodwin, and R. J. Allison, *Monthly Notices Royal Astron. Soc.* **418**, 2565 (2011).
39. T. Prusti et al. (Gaia Collab.), *Astron. and Astrophys.* **595**, id. A1 (2016).
40. M. I. Rabinovich and D. I. Trubetskov, *Introduction to the Theory of Oscillations and Waves* (Nauchno-Izdatelskii Tsentr «Regulyarnaya i Khaoticheskaya Dinamika», Moscow–Izhevsk, 2000).
41. D. Raghavan, H. A. McAlister, T. J. Henry, et al., *Astrophys. J. Suppl.* **190**, 1 (2010).
42. B. Reipurth, S. Mikkola, M. Connelley, and M. Valtonen, *Astrophys. J.* **725**, L56 (2010).
43. W. C. Saslaw, *Gravitational Physics of Stellar and Galactic Systems* (Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1987).

## On the Kinematic Star Groups in Pleiades

V. M. Danilov<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Kourovka Astronomical Observatory named after K. A. Barkhatova, Ural Federal University named after the First President of Russia B. N. Yeltsin, Yekaterinburg, 620000 Russia

The paper analyzes the estimates of the parameters of wide binary stars (BSs) in the Pleiades open star cluster, obtained in 2020 from Gaia DR2 data. To this end a model of a gravitating system was used, consisting of two stars connected in the total force field of these stars and a homogeneous gravitating sphere simulating a star cluster. The existence of two “tidal” distances  $r_{1,2}$  between the components of the BS is shown for its distances from the center of the cluster sphere greater than a certain critical value. The lesser of the “tidal” distances  $r_{1,2}$  decreases with increasing distance from the center of the cluster sphere, since the force of attraction to the center of a homogeneous cluster sphere within its limits increases with distance from its center. The larger of the “tidal” distances  $r_{1,2}$  is due to the difference in the magnitudes of the cluster force field at the location points of the BS component stars and increases with increasing distance of the BS from the cluster center, reaching values of several parsecs at the periphery of the cluster sphere. The condition for gravitational coupling of wide BSs with zero relative velocities of their components in the common force field of a moving BS and the cluster sphere has been written down and investigated. It is shown that the decay of wide BSs can occur mainly in the direction perpendicular to the direction towards the center of the cluster. This slows down the decay of wide BSs observed in the nearest open clusters. In the case of the cluster sphere mass equal to the total mass of the member stars of the Pleiades cluster with magnitudes  $m_G \leq 15^m$ , estimates were obtained for the decay time  $\tau_d$  and the formation of wide BSs for characteristic Pleiades values of the oscillation parameters of the regular cluster field (at  $r_{1,2} = 0.7$  pc, the values of  $\tau_d$  decrease from 1.25 to 0.45 Myrs as the distance of the BSs from the center of the cluster sphere increases from 0.34 to 0.45 pc). Estimates of the “tidal” distances  $r_{1,2}$  between the BS components in the model of an inhomogeneous cluster also show the existence of two values of  $r_{1,2}$  at the cluster periphery for BS distances from the cluster center greater than a certain critical value. It is shown that changes in the regular force field in the core of a collapsing cluster destroy wide BSs more actively than their encounters with groups of several stars. Estimates of the distances of the kinematic groups of stars from the center of the cluster in the Pleiades were obtained. Kinematic groups of three stars are located mainly at distances  $r \simeq 1.5$ – $2.4$  pc and  $r \simeq 3.1$ – $6.7$  pc from the center of the cluster. Kinematic groups of four stars in the Pleiades are located near the distances  $r \simeq 2$  pc and  $r \simeq 4$  pc from the center of the cluster. Possible mechanisms of formation for such groups in the Pleiades are discussed.

Keywords: stars: kinematics and dynamics—open clusters and associations