

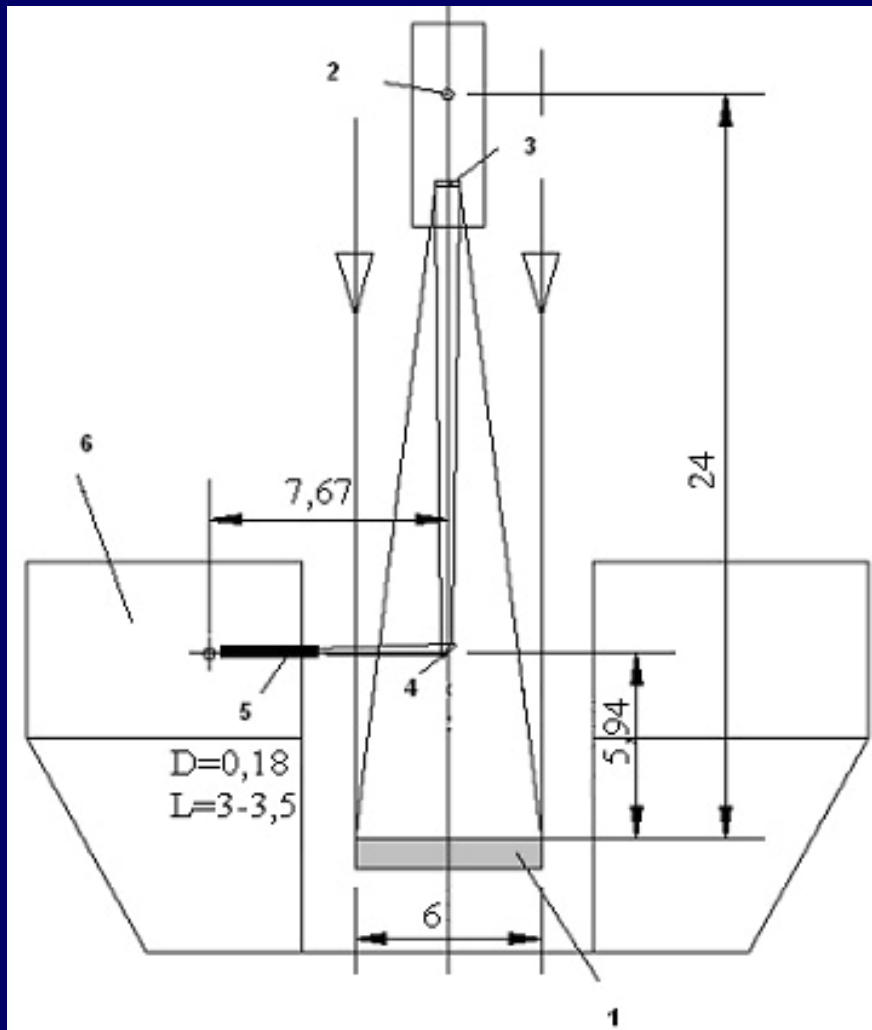
**МЕТОД ПОЛУЧЕНИЯ ИЗОБРАЖЕНИЯ
С СУБ - ДИФРАКЦИОННЫМ РАЗРЕШЕНИЕМ
В ТЕЛЕСКОПЕ С ПОМОЩЬЮ МАТРИЦЫ
ПРИЕМНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ В ДИАПАЗОНЕ
ДЛИН ВОЛН ПОРЯДКА 1 ММ**

*А. Н. Выставкин, А. В. Пестряков, С. Е. Банков,
Е. В. Фролова, В. М. Чеботарев*

Институт радиотехники и электроники РАН, Москва

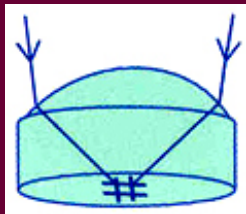
vyst@hitech.cplire.ru

В ходе разработки матричного радиометра диапазона длин волн 1,2 мм и короче для БТА выяснилось существенное влияние дифракции электромагнитных волн на формирование изображения.



При эффективном фокусном расстоянии в фокусе Несмита 184 м, диаметре главного зеркала $D = 6$ м и длине волны $\lambda = 1,2$ мм диаметр дифракционного пятна Эйри составляет

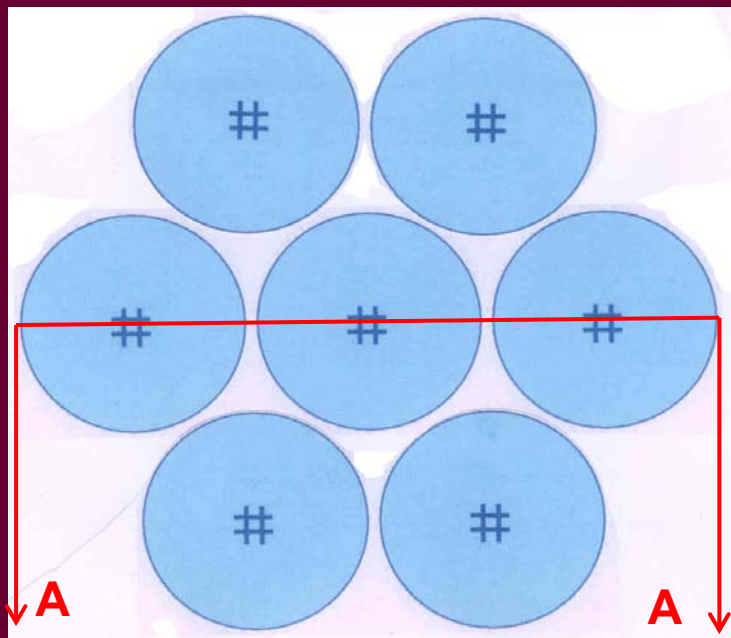
$$d = 2,44 \frac{\lambda}{D} F \cong 89,8 \text{ мм.}$$



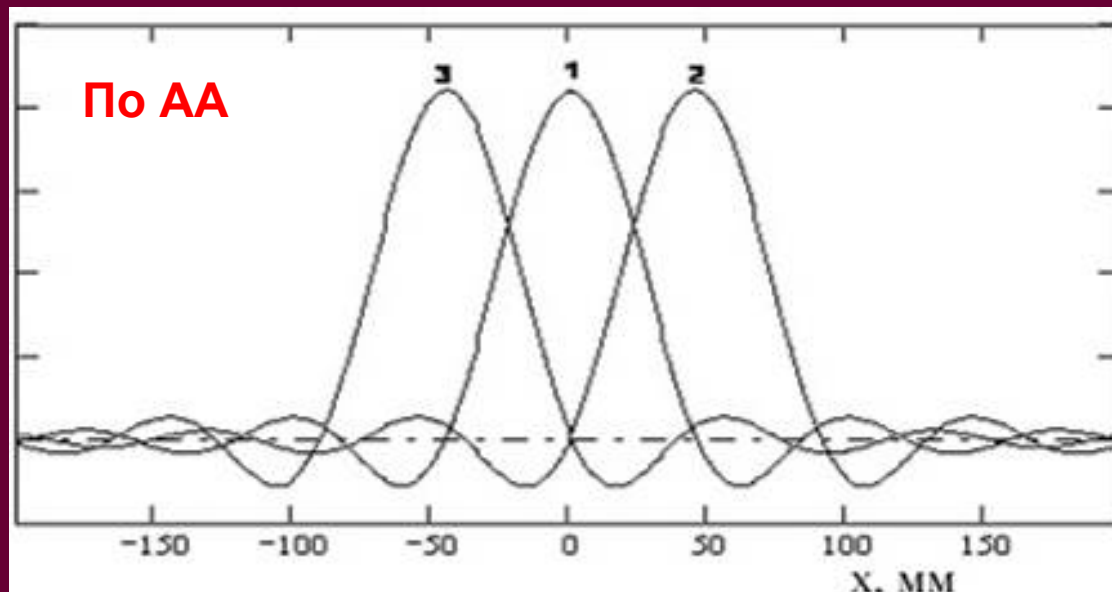
Приемный элемент

Мы можем пропустить через трубу (5) лишь семь пучков в форме гексагональной «ромашки».

Гексагональная «ромашка» из приемных элементов

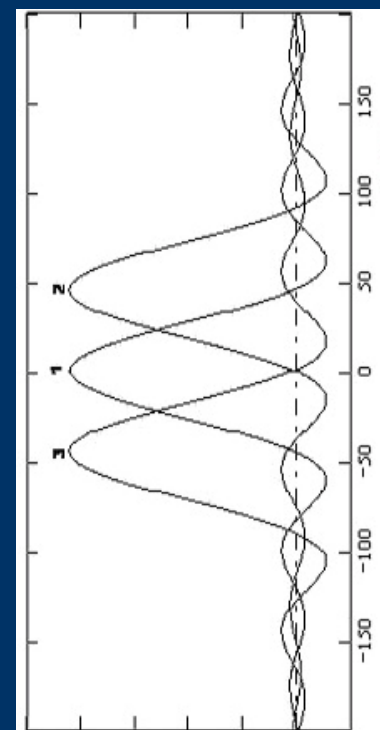
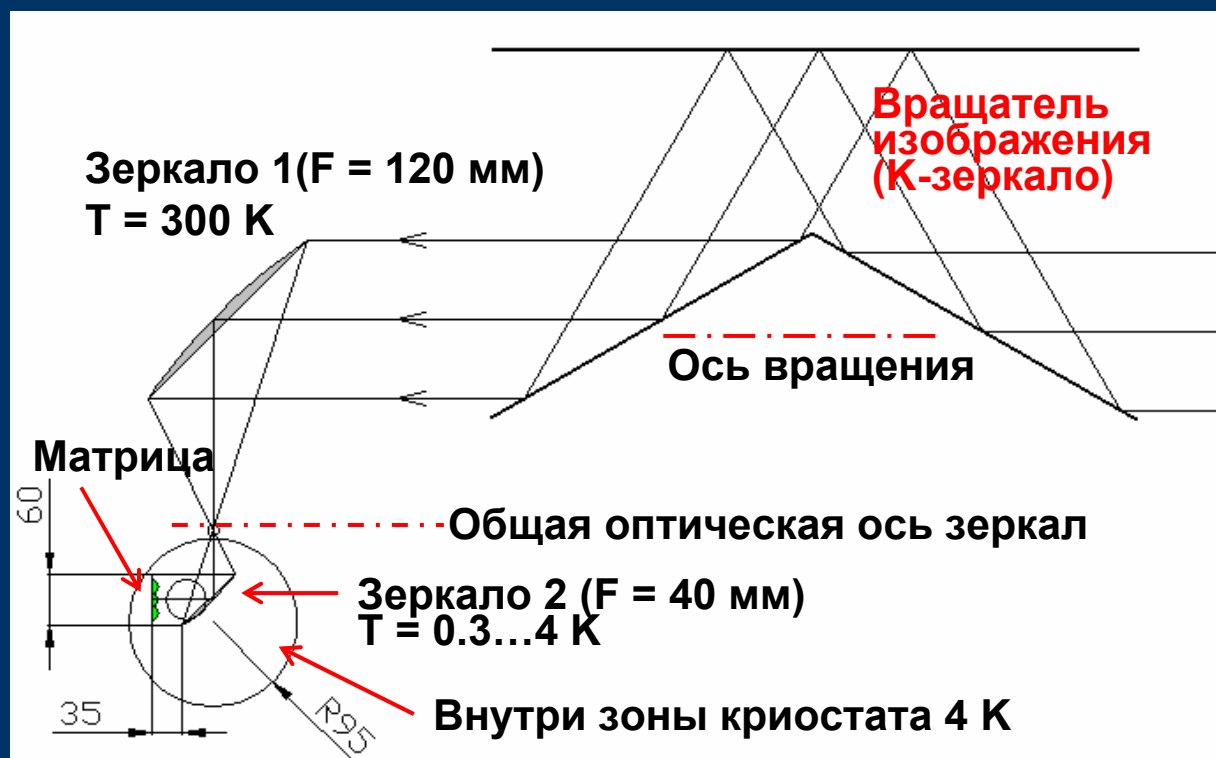


Распределение поля излучения от точечных источников в фокусе Несмита



Отсюда и получается оптическая камера радиометра.

Оптическая камера радиометра



Принять изображение в приемлемом виде с семиэлементной гексагональной «ромашкой» не представляется возможным. Поэтому мы предложили метод получения изображения с субдифракционным разрешением, т. е. лучше, чем ограниченное дифракцией.

В основе метода лежит система интегральных уравнений, описывающих прохождение излучения от входа телескопа к каждому приемному элементу матрицы:

$$p_M(\theta_j) = \int_{-R_I}^{R_I} \int_{-R_I}^{R_I} f(x, y) H_M[U(\theta_j, x_s, y_s, x, y), V(\theta_j, x_s, y_s, x, y)] dx dy. \quad (1)$$

Под интегралами – произведения двух функций: распределения поля изображения на входе телескопа и оптической передаточной функции телескопа для каждого приемного элемента матрицы, слева – $p_M(\theta_j)$ - регистрируемые каждым приемным элементом сигналы при вращении изображения с некоторым эксцентриситетом в общей плоскости на выходе телескопа перед входом матрицы приемных элементов.

Функции U и V , входящие в оптическую передаточную функцию в (1), имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} U(\theta_j, x_s, y_s, x, y) &= (x - x_s) \cos \theta_j + (y - y_s) \sin \theta_j, \\ V(\theta_j, x_s, y_s, x, y) &= -(x - x_s) \sin \theta_j + (y - y_s) \cos \theta_j. \end{aligned} \right\}$$

Здесь θ_j – угол поворота изображения, x_s и y_s – координаты центра вращения (эксцентриситет), x и y – текущие координаты.

Функции H_M вычисляются, значения $p_M(\theta_j)$ измеряются, функция $f(x, y)$ определяются путем решения уравнений (1).

Система интегральных уравнений (1) преобразуется в систему алгебраических линейных уравнений, которые объединяются в одно уравнение в виде функционала

$$L(\vec{f}) = \left\| \hat{A}\vec{f} - \vec{p} \right\|^2 + \alpha \left\| \vec{f} \right\|^2, \quad (2)$$

где α - малый параметр регуляризации,

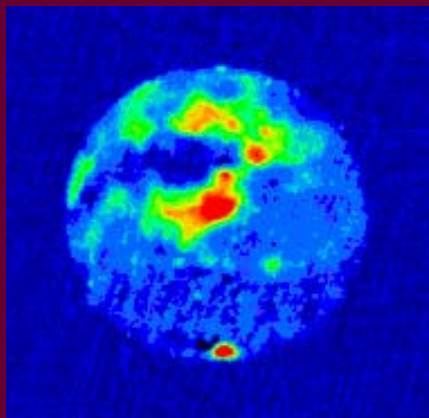
$$\hat{A} = \begin{pmatrix} \hat{A}_0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \hat{A}_j & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & \dots & \hat{A}_{N_\theta-1} \end{pmatrix}, \dots \vec{p} = \begin{pmatrix} \vec{p}_0 \\ \dots \\ \vec{p}_{N_\theta-1} \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad \vec{f} = \begin{pmatrix} f(x_0, y_0) \\ \dots \\ f(x_{N_m}, y_{N_m}) \end{pmatrix}.$$

В свою очередь

$$\hat{A}_j = \begin{pmatrix} H_1(\theta_j, x_s, y_s, x_0, y_0), \dots, H_1(\theta_j, x_s, y_s, x_{N_m}, y_{N_m}) \\ \dots \\ H_{N_d}(\theta_j, x_s, y_s, x_0, y_0), \dots, H_{N_d}(\theta_j, x_s, y_s, x_{N_m}, y_{N_m}) \end{pmatrix} S,$$

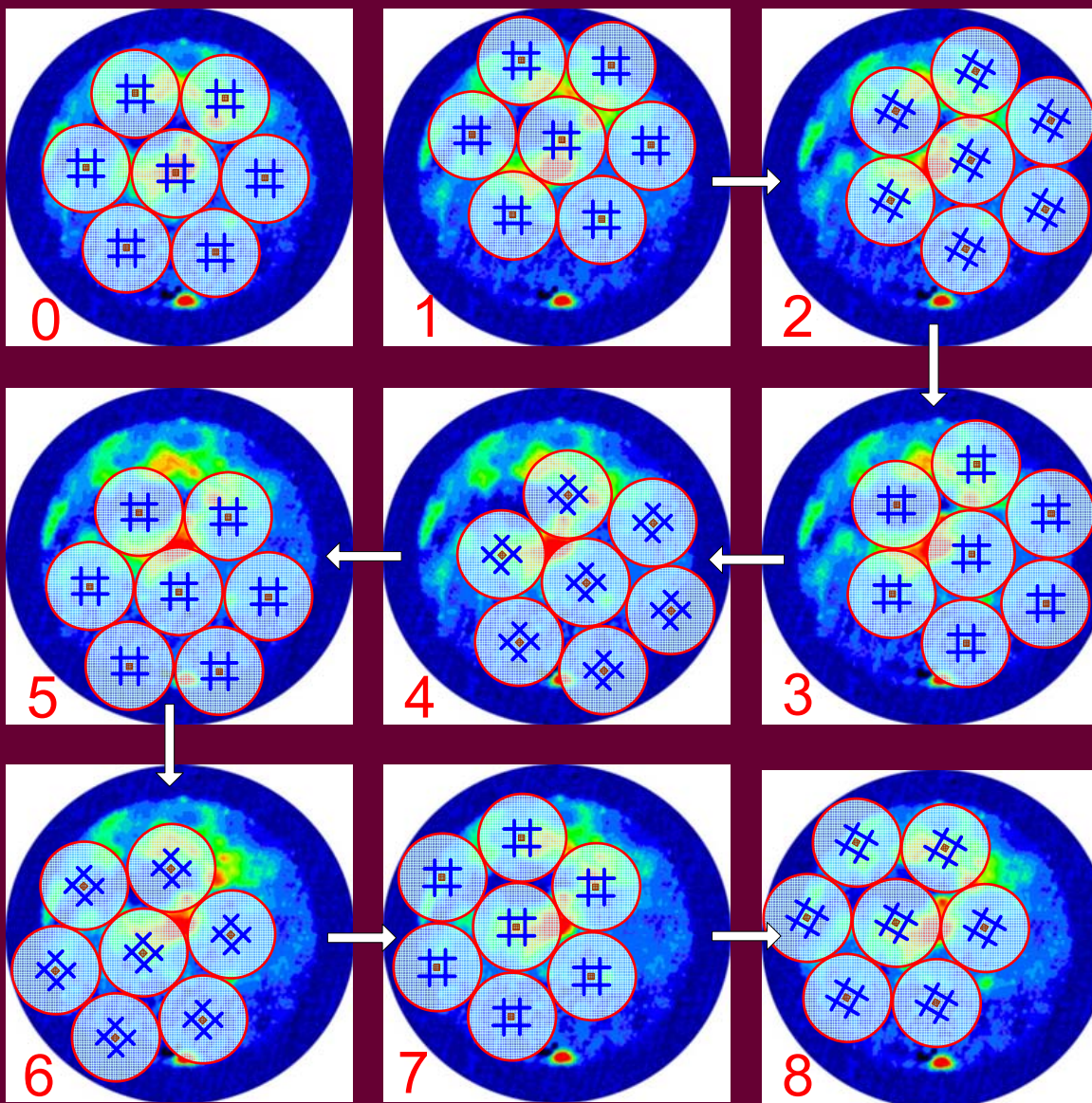
$$\vec{p}_j = \begin{pmatrix} p_{1,j} \\ \dots \\ p_{N_d,j} \end{pmatrix}, \quad S - \text{площадь ячейки сетки.}$$

Практическая схема наблюдений, применительно к гексагональной «ромашке», выглядит следующим образом.



Изображение Марса, полученное на РЛС Goldstone-VLA.

Вращается изображение, что эквивалентно вращению матрицы в обратную сторону, как это изображено.



Выбирается матрица, на которой осуществляется реконструкция изображения. Центры пикселей этой матрицы задаются с помощью индексов i и k :

$$x_k = -W + k \times h, \quad y_i = W - i \times h \quad \text{и} \quad h = 2W / N_I$$

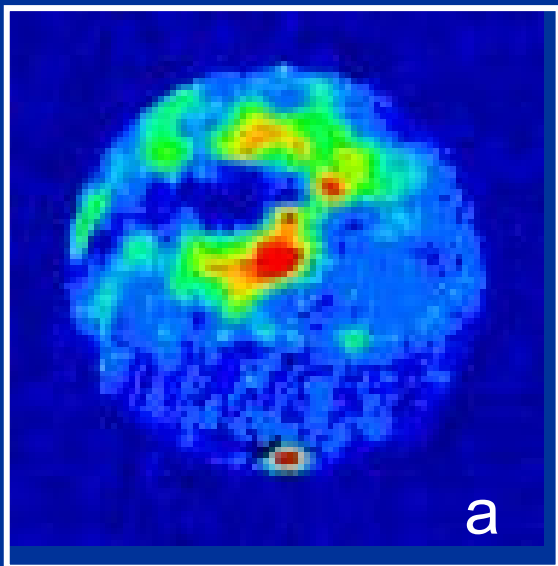
$$k = 0, 1, \dots, N_I - 1; \quad i = 0, 1, \dots, N_I - 1, \quad |x| \leq W, \dots |y| \leq W.$$

Здесь W – половина размера сетки пикселей в обоих измерениях, h – размер шага сетки, N_I – линейная размерность матрицы реконструируемого изображения в обоих измерениях. Число углов поворота N_θ выбирается из условия $N_\theta \times N_d \geq N_I^2$, где N_d – число ПЭ, N_I – размерность исходной матрицы.

Все здесь приведенное – хорошо известный математический аппарат вычислительной математики, используемый при решении обратных некорректно поставленных физических задач.

Моделирование с помощью компьютера описанного алгоритма.

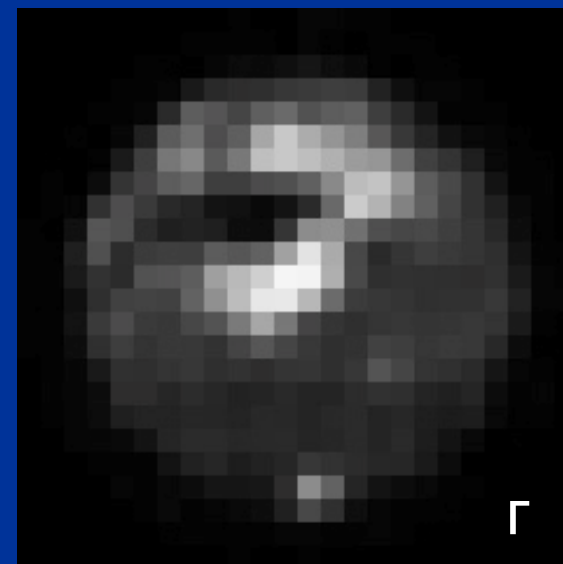
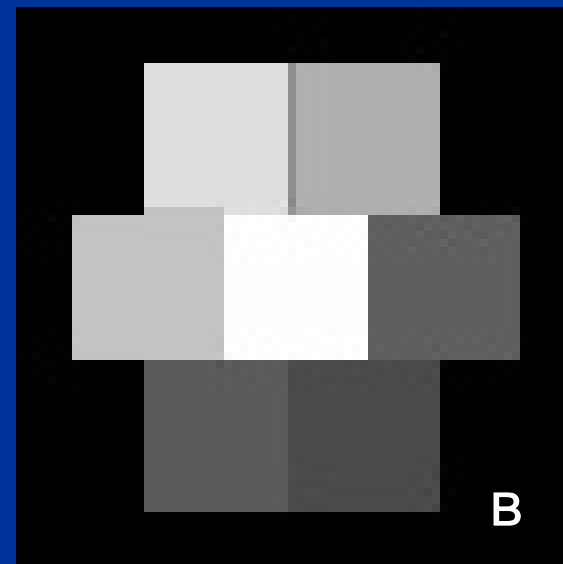
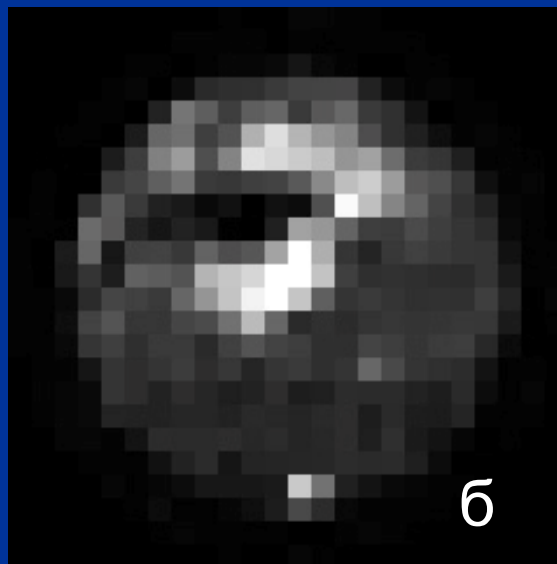
Результирующая сетка пикселей для реконструкции 24×24 , число углов поворота – 112, сдвиг центра вращения изображения относительно центра матрицы – 0,25 радиуса ПЭ. Параметр регуляризации $\alpha = 0,001$.

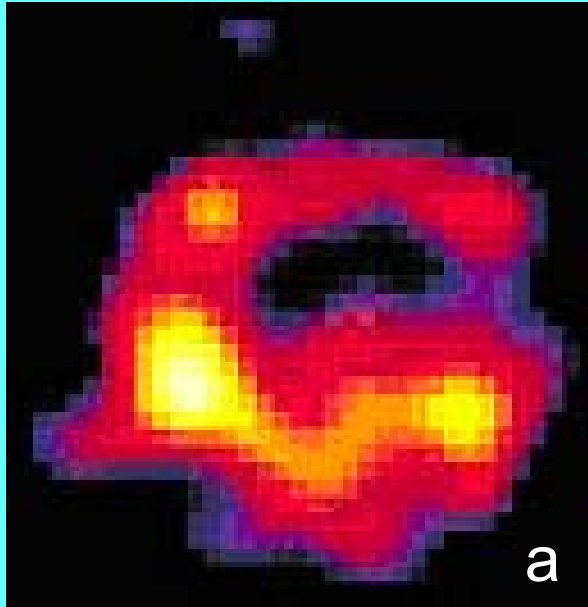


Изображение Марса,
полученное на РЛС
Goldstone-VLA, $\lambda=20$ см.

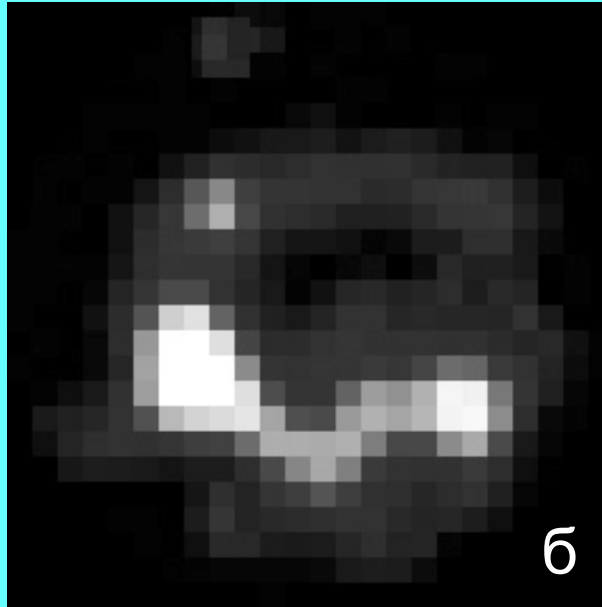
Здесь и далее:

- (а) исходное изображение из Интернета,
- (б) усредненное изображение на реконструируемую матрицу 24×24 пикселя,
- (в) результат прямого измерения на малую матрицу,
- (г) результат моделирования измерений в соответствии с алгоритмом реконструкции.

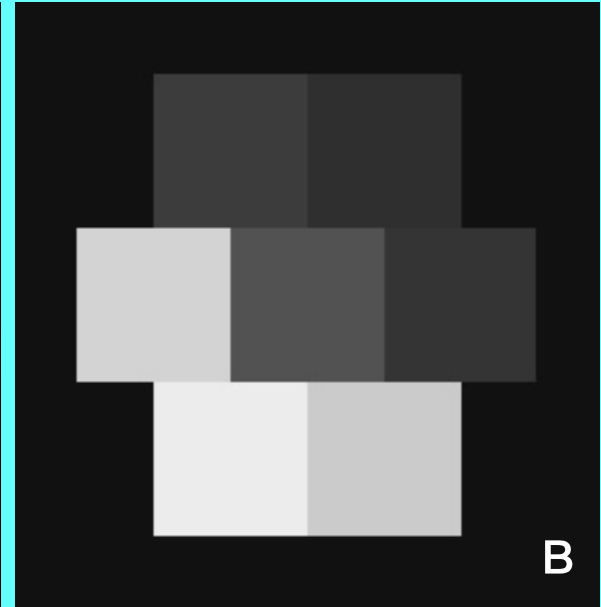




а

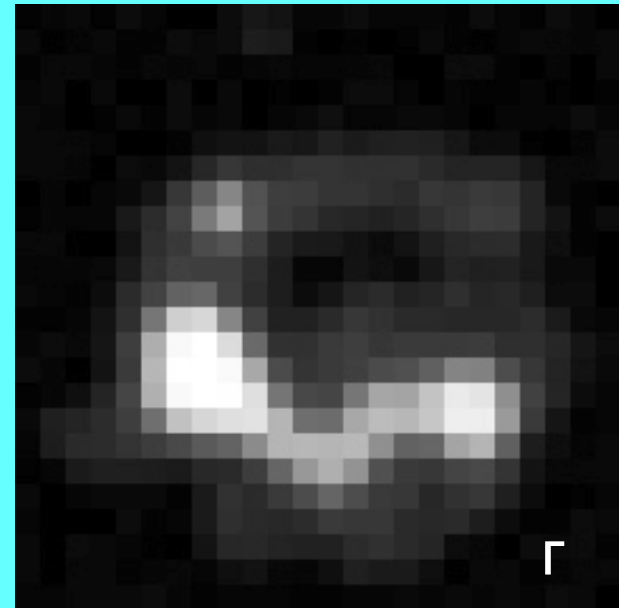


б

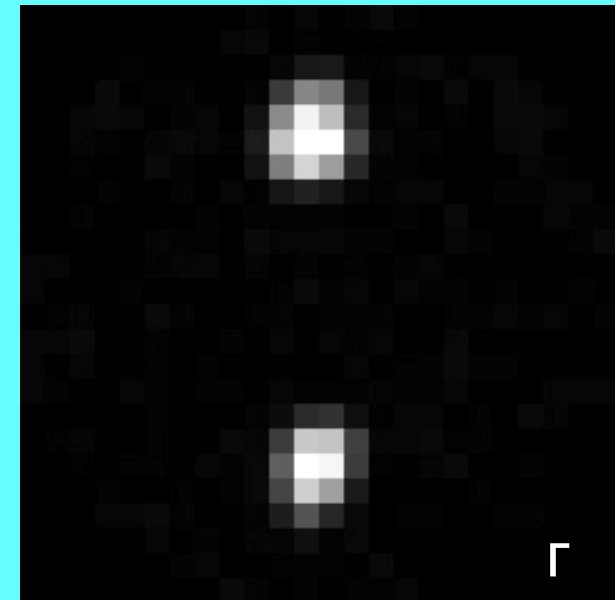
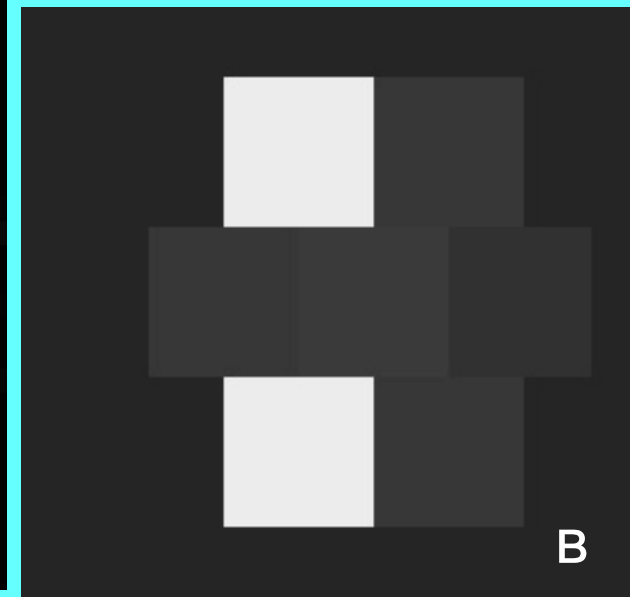
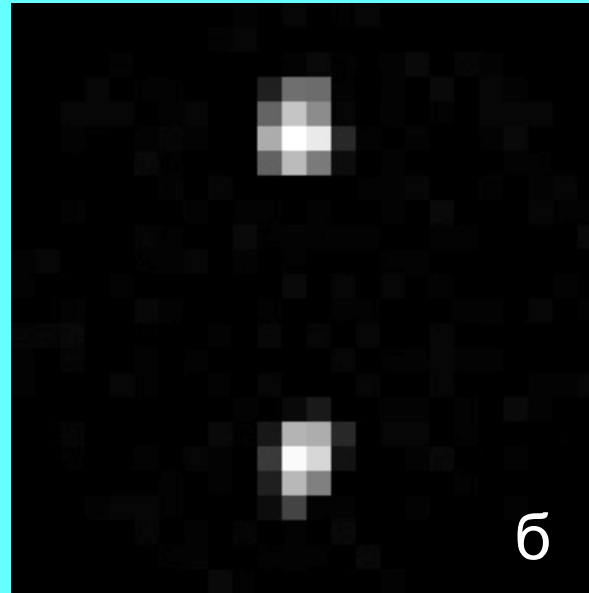
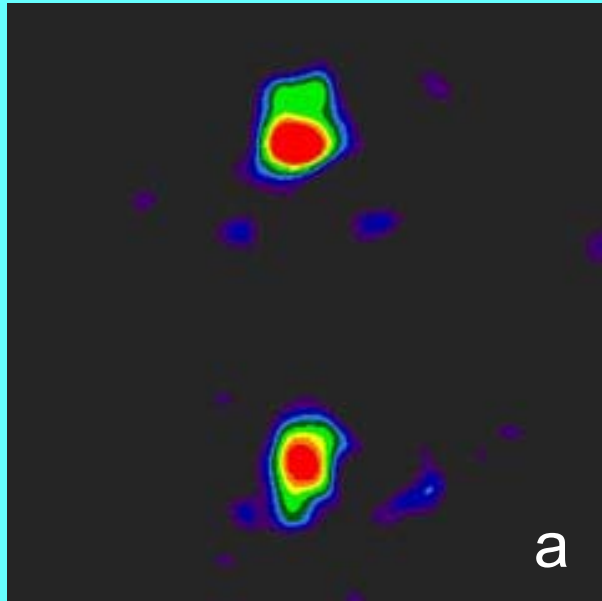


в

Планетарный диск на ранней стадии формирования, ближайший к звезде Σ Eridani, снятый на длине волны излучения 850 мкм на телескопе имени Джеймса Кларка Максвелла с помощью матричного радиометра SCUBA-2 40 \times 32 болометра. 15 м телескоп JCMT расположен вблизи горы Мауна Киа, Гавайи, на высоте 4092 м.



г



Протопланетарный диск в молекулярном облаке LDN 1551, в котором формируются звезды, аналогичные Солнцу. Наблюдение на Большом Интерферометре (VLA) ИРАО на длине волны 7 мм.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сравнение полученных реконструированных изображений в результате процедуры моделирования с исходными и усредненными изображениями показало удовлетворительную работу алгоритма. Это позволяет сделать вывод о том, что предложенный метод дает возможность в рассматриваемом случае получить суб-дифракционное разрешение до десяти раз лучшее, чем разрешение при прямых измерениях с применением матрицы, размеры приемных элементов которой выбраны соответствующими дифракционному пятну телескопа.

Обращает на себя внимание сравнение с результатами на JCMT с матрицей 40×32 болометра. По нашему мнению имеет смысл то, что мы доложили, реализовать на БТА.

Спасибо за внимание!